



**UNIVERSIDAD AUTÓNOMA DEL ESTADO DE MÉXICO**

---

---

**CENTRO UNIVERSITARIO UAEM VALLE DE MÉXICO**

**CRECIMIENTO ECONÓMICO, INFLACIÓN E INCERTIDUMBRE  
INFLACIONARIA. UN ANÁLISIS DE ECUACIONES  
SIMULTÁNEAS CON DATOS DE PANEL PARA AMÉRICA  
LATINA (1951-2014)**

**TESIS**

Que para obtener el Título de

**LIC. EN ACTUARIA**

Presenta

**C. Jesús Alberto Morales Lino**

**Asesor: Dr. en E. Eduardo Rosas Rojas  
Co-asesor: Dr. en E. Javier Lapa Guzmán**

**Atizapán de Zaragoza, Edo. de México. Noviembre 2018**



## **Agradecimientos**

Agradezco a mis padres, por brindarme su amor, apoyo, dedicación y esfuerzo, para que yo pudiera alcanzar mis metas, por inculcarme buenos principios e ideales de superación y, por ser el principal pilar para lograr este sueño.

A mi hermano le doy las gracias por proteger y apoyar mis objetivos, por ser una fuente inspiración y ejemplo de éxito.

Al Dr. Eduardo Rosas Rojas, agradezco su dedicación y apoyo incondicional que me ha brindado, de principio a fin, para concluir mi trabajo de Tesis.

Al Dr. Javier Lapa Guzmán, agradezco su tiempo y su valiosa asesoría, para poder culminar mi trabajo de Tesis.

A mis profesores, agradezco todo el conocimiento que me han otorgado durante mi etapa de estudiante.

## Resumen

La presente tesis tiene como objetivo plantear un Modelo de Ecuaciones Simultaneas con Datos de panel, para analizar la causalidad entre un conjunto de variables independientes y el crecimiento económico; propone además, la inclusión de la inflación y la incertidumbre inflacionaria como determinantes del crecimiento de la producción y compara los resultados empíricos con la teoría económica. Adicionalmente, esta investigación ilustra las ideas principales de los autores que han sido protagonistas de la ciencia económica a lo largo de la historia; y que han influido en las ideas de las diferentes escuelas del pensamiento económico. Se describen los principales problemas de estimación de un modelo econométrico, su naturaleza, las consecuencias que implica la violación de los principales supuestos, la forma en que se detectan estos problemas y sus posibles soluciones. También se analizan los temas fundamentales de los modelos de ecuaciones simultáneas, se aborda el problema de la correcta especificación que identifica a un modelo; además, muestra los diferentes métodos de estimación MCO, MCI y MC2E; estas metodologías son utilizadas en los principales programas estadísticos y en la investigación contemporánea con el objetivo de obtener estimadores consistentes, eficientes y robustos.

El trabajo se encuentra dividido en 4 capítulos; el primer capítulo, cuenta la historia del pensamiento económico, con la exposición de los modelos de crecimiento económico y sus teorías, y hace una diferenciación entre modelos ortodoxos versus modelos heterodoxos; el segundo capítulo desarrolla los temas fundamentales de los modelos econométricos multiecuacionales, explica los supuestos básicos de estos modelos, y los problemas que suelen surgir al momento de plantearlos, la repercusiones que tienen estos problemas, como detectarlos y como solucionarlos; el tercer capítulo desarrolla la metodología de Modelos de Ecuaciones Simultaneas (MES), sus temas fundamentales y sus métodos de estimación, también explica la metodología de Panel de Datos, sus ventajas, particularidades y técnicas de estimación; el cuarto y último capítulo plantea un modelo de ecuaciones simultaneas con panel

de datos, se toma como base el modelo de Solow en su versión ampliada conocido como modelo de MRW, ampliando este último modelo al considerar a la Inflación y la Incertidumbre inflacionaria como determinantes del crecimiento económico. Las estimaciones se calibran sobre 8 economías de Latinoamérica para el periodo comprendido entre 1951 y 2014 con datos anuales obtenidos del Fondo Monetario internacional y de la Penn World Table 9.

## **Abstract**

The purpose of this thesis is to propose a Simultaneous Equations Models with Data Panel, to analyze the causality between a set of independent variables and economic growth; It also propose the inclusion of inflation and inflationary uncertainty as determinants of product growth and compares empirical results with economic theory. Additionally, this research illustrates about the main ideas of the authors who have been protagonists of economic science throughout history; and that have influenced the ideas of the different schools of economic thought, the main problems of estimation of an econometric, its nature, the consequences that the violation of the main assumptions implies, the way in which these problems are detected, and their possible solutions are described. The fundamental topics of the simultaneous equation models are also analyzed, the problem of the correct specification that identifies a model is addressed; In addition, it shows the different estimation methods MCO, MCI and MC2E; These methodologies are used in the main statistical programs and in contemporary research with the purpose of obtaining consistent, efficient and robust estimators.

The work is divided into 4 chapters; the first chapter, the history of economic thought, the exposition of economic growth models and their theories, and refers to the difference between orthodox models and heterodox models; the second chapter, the fundamental topics of the economic models, the standards, the basic assumptions of these models, and the problems that usually arise at the time of posing them, the repercussions that we have these problems, how to

detect them and how to solve them; The third chapter has been the methodology of simultaneous equation models (SEM), their fundamental topics and their statistical methods, the methodology of data panels, their advantages, particularities and estimation techniques are also explained; The fourth and last chapter presents a Model of Simultaneous Equations with the Data Panel, the model of Solow in its extended version known as MRW model is taken as a basis, this last model has been expanded to consider Inflation and Inflationary Uncertainty as determinants of economic growth. The estimates are calibrated on 8 economies of Latin America for the period between 1951 and 2014 with statistical data from the International Monetary Fund and the Penn World Table 9.0.

# Índice General

<i>Agradecimientos</i>	<i>II</i>
<i>Resumen</i>	<i>III</i>
<i>Abstract</i>	<i>IV</i>
<i>Introducción</i>	<i>1</i>
<b><i>CAPÍTULO 1. LOS MODELOS DE CRECIMIENTO ECONÓMICO Y SUS TEORÍAS: MODELOS ORTODOXOS VERSUS MODELOS HETERODOXOS</i></b>	<b><i>4</i></b>
<b><i>1.1 Teorías Clásicas sobre el crecimiento económico</i></b>	<b><i>5</i></b>
1.1.1 Adam Smith	6
1.1.2 Robert Thomas Malthus	7
1.1.3 David Ricardo	7
1.1.4 Jean Baptiste Say	8
<b><i>1.2 Teorías Neoclásica del crecimiento económico</i></b>	<b><i>10</i></b>
1.2.1 Carl Menger	11
1.2.2 León Walras	12
1.2.3 Alfred Marshall	13
1.2.4 El modelo neoclásico de Solow	15
<b><i>1.3 Teorías keynesianas y Postkeynesianas sobre el crecimiento económico</i></b>	<b><i>20</i></b>
1.3.1 John Maynard Keynes	21
1.3.2 Nicholas Kaldor	22
1.3.3 Anthony P. Thirlwall	23
<b><i>CAPÍTULO 2. MODELOS ECONOMETRICOS UNIECUACIONALES, EL METODO DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS</i></b>	<b><i>26</i></b>

<b>2.1 Especificación de modelos econométricos, problemas de especificación y pruebas de detención</b>	<b>26</b>
2.1.1 Supuestos de los Mínimos cuadrados Ordinarios (MCO)	26
2.1.2 Multicolinealidad	28
2.1.3 Autocorrelación	32
2.1.4 Heterocedasticidad	36
2.1.5 Incumplimiento del supuesto de independencia condicional	39
2.1.6 Introducción al problema de endogeneidad	40
2.1.7 Especificación del modelo	41
2.1.8 Errores de especificación	41
2.1.9 Detección del problema de especificación	45
2.1.10 Criterios para la elección de modelos óptimos	50
<b>2.2 Causas y consecuencias de la endogeneidad</b>	<b>53</b>
2.2.1 Variable omitida	53
2.2.2 Simultaneidad	54
2.2.3 Error de medición en las variables independientes	54
2.2.4 Sesgo de selección	54
<b>2.3 Variables instrumentales</b>	<b>55</b>
<b>2.4 Detección de endogeneidad</b>	<b>57</b>
2.4.1 Prueba de Hausman	57
2.4.2 Prueba de Causalidad de Granger	59
<b>2.5 Prueba de Sargan para ecuaciones sobreidentificadas</b>	<b>62</b>
<b>CAPÍTULO 3. MODELOS ECONOMÉTRICOS DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS Y DATOS DE PANEL</b>	<b>65</b>
<b>3.1 Temas Fundamentales de los modelos de ecuaciones simultáneas</b>	<b>65</b>
3.1.1 Endogeneidad y Causalidad	65
3.1.2 La exogeneidad y la cointegración	70
3.1.3 Notación General de los Modelos de Ecuaciones simultaneas	72

3.1.4 El problema de la identificación _____	75
<b>3.2 Métodos de estimación de Ecuaciones Simultáneas _____</b>	<b>79</b>
3.2.1 Modelos recursivos y Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO) _____	79
3.2.2 Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI) _____	80
3.2.3 Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E) _____	81
<b>3.3 Datos de Panel _____</b>	<b>84</b>
3.3.1 Ventajas del uso de datos de panel _____	84
3.3.1 Particularidades de los datos de panel _____	85
3.3.2 Técnicas de estimación con panel de datos _____	85
<b><i>CAPÍTULO 4. CRECIMIENTO ECONÓMICO, INFLACION E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA. UN ANÁLISIS DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS CON DATOS DE PANEL PARA AMÉRICA LATINA (1951-2014)</i></b> _____	<b>90</b>
4.1 <i>Implicaciones teóricas del modelo de crecimiento económico</i> _____	91
4.2 <i>Modelo de Mankiw-Romer-Weil (MRW) con acumulación de capital humano</i> _____	97
4.3 <i>Inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico</i> _____	99
4.4 <i>Hipótesis del modelo propuesto</i> _____	101
4.5 <i>Variables y datos</i> _____	103
4.6 <i>Técnica econométrica</i> _____	107
4.7 <i>Resultados</i> _____	109
4.7.1 <i>Estimación del modelo</i> _____	109
<b>CONCLUSIONES</b> _____	<b>117</b>
<b>ANEXOS</b> _____	<b>121</b>
<i>Anexo 1. Programa en R para el análisis de estacionariedad (Pruebas de Raíz Unitaria) y la estimación de la Incertidumbre Inflacionaria.</i> _____	<b>121</b>



<i>Anexo 2. Resultados obtenidos de la incertidumbre inflacionaria</i>	<b>123</b>
<i>Anexo 3. Comparación de INPC y de PIB Real para las economías seleccionadas</i>	<b>126</b>
<i>Anexo 4. Optimización del modelo pool</i>	<b>128</b>
<i>Anexo 5. Optimización del MES planteado</i>	<b>129</b>
<b>BIBLIOGRAFÍA</b>	<b>132</b>

## INTRODUCCIÓN

De acuerdo con Solow (1956), el crecimiento económico asume una función de producción neoclásica estándar con rendimientos decrecientes para el capital. Tomando las tasas de ahorro y el crecimiento de la población como exógenas, mostró que estas dos variables determinan el nivel de ingresos per cápita. Por ello, cuanto mayor sea la tasa de ahorro, más rico será el país y cuanto mayor es la tasa de crecimiento de la población, más pobre es el país. Posteriormente, Mankiw Romer y Weill (1992) (MRW) corroboraron empíricamente que el ahorro y el crecimiento de la población afectan los ingresos en las direcciones que Solow predijo. Además, encontraron que la mitad de la variación entre países en el ingreso per cápita puede explicarse solo por estas dos variables. Sin embargo, seguían faltando variables que pudieran representar con mayor precisión el comportamiento del ingreso per cápita. Ante tal situación MRW incluyeron la acumulación de capital humano, además del capital físico. Pues argumentaban que: i) para cualquier tasa dada de acumulación de capital humano, un mayor ahorro o un menor crecimiento de la población conduce a un mayor nivel de ingresos y, por lo tanto, a un mayor nivel de capital humano; ii) la acumulación de capital humano podría estar relacionada con el ahorro y la tasa de crecimiento de la población. Sus resultados mostraron que agregar esta variable en el modelo representaba un poder explicativo (coeficiente de determinación), por parte de todas las variables incluidas, del 80 por ciento en la variación del ingreso.

Para complementar el poder explicativo del modelo de crecimiento económico, se debe contemplar el impacto de la inflación y de la incertidumbre inflacionaria. De acuerdo con Baharumshah et. al, (2016: 639) una considerable mayoría de los economistas estarían de acuerdo en que un entorno de expectativas de inflación bajas y bien ancladas es benéfico para el crecimiento económico y la estabilidad. Sin embargo, existe una disputa en curso, sobre si es sensato insistir en la estabilidad de precios en un sentido más estricto o más bien enfocarse en la inflación a niveles moderados.

Un punto de vista popular es que los impactos negativos que la inflación o su incertidumbre ejercen sobre el crecimiento económico son de poca magnitud si la inflación no es demasiado alta. A este respecto, es importante comprender las interacciones dinámicas entre la inflación, la incertidumbre de inflación (IU) y el crecimiento del producto, que suelen surgir en las economías latinoamericanas con tasas de inflación de bajas a moderadas. Sin embargo, las contribuciones empíricas y teóricas están especialmente en desacuerdo con respecto a la influencia de la inflación y la incertidumbre inflacionaria en la determinación conjunta del producto.

Por lo general, se cree que la incertidumbre de la inflación es consecuencia del exceso de inflación o la falta de credibilidad del banco central (Ball, 1992; Friedman, 1977). Según Greenspan (2004), la incertidumbre inflacionaria es tanto un resultado como una característica definitoria del panorama de la política monetaria. Sin embargo, sus efectos potenciales sobre la política monetaria (y, por lo tanto, de la inflación) y el crecimiento económico están sujetos a debates teóricos (por ejemplo, Dotsey y Sarte, 2000; Friedman, 1977; Judson y Orphanides, 1999; Tobin, 1965).

De acuerdo con Greenspan (2004), se podría atribuir la falta de unanimidad empírica a dos fuentes: en primer lugar, podría reflejar un alto grado de heterogeneidad entre países en el marco sistémico de la política monetaria. Por ello, la implementación de metodologías econométricas adecuadas, que consideren estos efectos heterogéneos, podría ayudar a calibrar modelos más robustos y precisos. Ante esta deficiencia, la presente investigación desarrolla la metodología de datos de panel. En segundo lugar, durante las últimas décadas, los responsables de la formulación de políticas se han enfrentado a desafíos específicos de la época, que dieron lugar a cambios fundamentales en la conducción de la política monetaria (el régimen de metas de inflación). Si las series de tiempo experimentan un cambio estructural, las desviaciones con respecto al período de tiempo investigado entre los estudios pueden dar lugar a hallazgos opuestos. Además, partir del supuesto de estabilidad estructural tiene implicaciones poco claras para el valor informativo de las estimaciones y las pruebas de hipótesis. Bredin y Fountas (2009), documentan para distintas economías que, la dinámica entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el producto podría estar sujeta a cambios

estructurales. Finalmente, la simultaneidad y su correcto tratamiento, podrían transformar los resultados esperados de un modelo econométrico, ya sea para mejorarlo, o incluso para encontrar evidencia donde otras metodologías hayan fallado.

La presente investigación se encuentra dividida en 4 capítulos; el primer capítulo, cuenta la historia del pensamiento económico, con la exposición de los modelos de crecimiento económico y sus teorías, y hace una diferenciación entre modelos ortodoxos versus modelos heterodoxos; el segundo capítulo desarrolla los temas fundamentales de los modelos econométricos multiecuacionales, explica los supuestos básicos de estos modelos, y los problemas que suelen surgir al momento de plantearlos, la repercusiones que tienen estos problemas, como detectarlos y como solucionarlos; el tercer capítulo desarrolla la metodología de Modelos de Ecuaciones Simultaneas (MES), sus temas fundamentales y sus métodos de estimación, también explica la metodología de Panel de Datos, sus ventajas, particularidades y técnicas de estimación; el cuarto y último capítulo plantea un modelo de ecuaciones simultaneas con panel de datos, se toma como base el modelo de Solow en su versión ampliada conocido como modelo de MRW, ampliando este último modelo al considerar a la Inflación y la Incertidumbre inflacionaria como determinantes del crecimiento económico. Esta metodología está sustentada en el trabajo de Baharumshah, et al (2016), las estimaciones se calibran sobre 8 economías de Latinoamérica para el periodo comprendido entre 1951 y 2014 con datos anuales obtenidos del Fondo Monetario internacional y de la Penn World Table 9.0 (Feenstra, et al 2015).

## **CAPÍTULO 1. LOS MODELOS DE CRECIMIENTO ECONÓMICO Y SUS TEORÍAS: MODELOS ORTODOXOS VERSUS MODELOS HETERODOXOS**

Por naturaleza el humano es un ser social y debe adaptarse a los cambios que se presenten en la sociedad, uno de los principales aspectos del comportamiento humano se basa en buscar la manera de como tener una mejor calidad de vida, más cómoda, con un mayor nivel y con poder adquisitivo que complazcan sus necesidades. La economía busca que existan los cambios necesarios para que los individuos de una sociedad ocupen un lugar agradable dentro de esta.

A lo largo de la historia han existido diferentes pensamientos económicos que plantean distintas teorías y modelos, con el fin de dar una explicación a los fenómenos que ocurren en la economía, estos pensamientos no siempre han estado en un acuerdo y en muchos casos se contradicen unos a otros, pero no hay duda en que las diferentes ideas concuerdan con que debe existir un crecimiento de la economía para que exista un aumento en la riqueza de un país y así luchar contra los males que corroen a la sociedad como la pobreza, la hambruna y las enfermedades.

Las sociedades están en constante transformación y sus problemas económicos se modifican en el tiempo, por ejemplo, lo que parece importante en algún momento de la historia podría no serlo con el paso de los años. *“La economía es una ciencia de pensar en términos de modelos, junto con el arte de escoger los modelos que son relevantes al mundo contemporáneo”* (Keynes, 1973 p. 296, citado por J. E. King 2009 p. 40), por esta situación las teorías económicas suelen ser creadas dentro de diferentes contextos históricos, el desarrollo del pensamiento económico depende en consecuencia de los distintos problemas que se presentan en la realidad histórica; de la misma forma como cuando un medico necesita conocer a su paciente para poder realizar un diagnóstico y curarlo de la enfermedad que le invade, la economía debe estudiar las características de una región o país para poder generar nuevas ideas y modelos que alivien los problemas económicos de la sociedad.

Hablando de forma general, las opiniones e ideas que realizan los economistas van de acuerdo con las diferentes escuelas económicas a las que pertenecen, estas escuelas económicas son grupos de pensadores que concuerdan con su percepción de cómo funciona la economía dentro de una sociedad. Las escuelas del pensamiento económico están lideradas por ciertos autores que se han consagrado como la autoridad de la ciencia económica y, para sus seguidores representan el punto de partida de sus investigaciones y opiniones. Cada escuela tiene sus propias características que definen la línea de investigación a seguir.

Para distinguirse, las teorías del crecimiento económico se dividen en dos grandes escuelas; las teorías Clásicas y las teorías Keynesianas. Las teorías clásicas han evolucionado y con el paso del tiempo se han innovado, dando lugar a nuevas ideas consideradas Neoclásicas, de igual forma las teorías keynesianas han generado nuevas teorías Postkeynesianas, o también llamadas por algunos autores como teorías Neokeynesianas.

En este contexto, el pensamiento económico tiene la particularidad de evolucionar en el tiempo pero no de una forma lineal, es decir que las nuevas teorías no reemplazan las del pasado y tampoco significa que estas nuevas teorías sean mejores y sustituyan a las anteriores, las teorías que han sido creadas en el pasado y durante el transcurso de la historia, podrían explicar los acontecimientos económicos que suceden hoy en día. Por esta razón resulta de gran importancia estudiar la historia del pensamiento económico y conocer a los principales protagonistas de las diferentes escuelas, porque muchas de las ideas de los primeros pensadores están vivas en el presente con algunas innovaciones que son aceptadas y también rechazadas en las decisiones que toman los economistas actuales.

### ***1.1 Teorías Clásicas sobre el crecimiento económico***

Los representantes más famosos y destacados de la escuela clásica son: Adam Smith (1723-1790) Thomas Malthus (1766-1834), David Ricardo (1772-1823), Jean-Baptiste Say (1767-1832) y algunos otros igualmente importantes. Este grupo de pensadores perciben que los mercados generalmente se regulan a sí mismos, cuando están libres de cualquier intervención que manipulen su comportamiento, es decir que todas las acciones que ocurren dentro del

mercado no deberían estar regularizadas por agentes de poder como el Estado. Adam Smith se refirió a esto como una "mano invisible" metafórica, que mueve los mercados hacia su equilibrio natural.

### ***1.1.1 Adam Smith***

Adam Smith nació en Escocia en el año de 1723 y es considerado el padre de la economía moderna y uno de los máximos exponentes de la economía clásica. “Investigación sobre la Naturaleza y Causas de la Riqueza de las Naciones” (1776), obra escrita por este economista y filósofo, plantea la idea fundamental de que la riqueza de una nación no se basa en la cantidad de oro acumulado si no en la capacidad comercialización, de tal manera que apela por un libre mercado entre diferentes naciones donde no interfieran intereses gubernamentales y/o políticos que restrinjan el libre tránsito de mercancías entre las naciones involucradas, esperando como resultado un aumento de la riqueza total.

También asocia el aumento de la riqueza con la mejora de los principales factores de producción (tierra, trabajo y capital) reflejándose en un mayor crecimiento de la productividad laboral. Considera que el crecimiento de la población, al aumentar la participación de los trabajadores en la producción y en la inversión, contribuye a un crecimiento extensivo de la economía.

Para Smith, la división del trabajo y la mejora de la tecnología tienen un papel crucial detrás de una mayor productividad laboral y resalta que la competencia entre los agentes productivos es el factor que lleva a las fuerzas económicas a un equilibrio económico.

Desde el feudalismo, como sistema de gobierno y organización económica propio de la edad media, ya se llevaban prácticas comerciales, por lo que el capitalismo no puede adjudicarse a una sola persona. Sin embargo para muchos eruditos de la economía, Adam Smith sentó las bases teóricas de los mecanismos que aumentan o disminuyen la riqueza de un individuo y de una nación.

### ***1.1.2 Robert Thomas Malthus***

Thomas Malthus, economista británico nacido en 1766, desempeñó una destacada influencia en ámbitos como la economía, la política y la demografía con teorías como la que muestra en su obra “Ensayo sobre el principio de la población” (1798), en donde describe el crecimiento de la población y el crecimiento de la producción de alimentos, resultando en un escenario pesimista puesto que Malthus planteaba que el crecimiento de la población era de forma exponencial mientras que la producción de alimentos crecería de forma lineal, desatando hambruna, pobreza y crisis social.

Malthus, ante el problema del déficit alimentario que él veía, propuso algunas estrategias para detener el crecimiento desmedido de la población como no permitir el nacimiento de niños si no se tenían las condiciones necesarias para su cuidado y alimentación, especialmente en las comunidades más pobres.

En otra de sus teorías, Malthus señala que el exceso de ahorro es perjudicial para la demanda de bienes de consumo ya que ese dinero deja de gastarse como consumo. Desde entonces el ahorro es criticado, pues si bien es cierto que el ahorro incrementa la inversión, el exceso de esta reserva podría perjudicar a la demanda de bienes de consumo y por lo tanto podría generar una depresión económica.

Gracias a sus polémicas teorías que actualmente se utilizan activamente para dediciones de política económica, Thomas Malthus se destacó entre uno de los principales exponentes y creadores de las teorías que rigen a la economía actual.

### ***1.1.3 David Ricardo***

David Ricardo nació en Londres en el año de 1772, durante su vida ocupó importantes cargos públicos y una elevada posición social. Sus aportaciones a la economía, destacan por defender el comercio internacional y oponerse a pensamientos proteccionistas. Argumentaba con su teoría de la “Ventaja Comparativa” sobre la necesidad de que una nación debía especializarse



en producir aquellos bienes en donde tenía alguna ventaja internacional, comerciar con otros países y así poder obtener bienes que no se producían nacionalmente.

David Ricardo tiene múltiples escritos y ensayos sobre diversos tópicos de la ciencia económica, resaltando una de sus principales obras “Principios de la economía, política y tributación” (1817) donde crítica duramente al reparto de los recursos y aboga por la libre circulación de mercancías entre países, eliminando las trabas existentes en el comercio internacional. En esta obra también plantea la “Ley de los Rendimientos Marginales” donde se expresa que el rendimiento marginal baja a medida en que se utilizan mayores insumos como fuerza laboral, en lugar de recursos fijos como la tierra.

Se puede afirmar que David Ricardo gracias a su abstracción, madurez y la forma moderna para abordar los problemas económicos, fue uno de los más importantes economistas clásicos y un gran referente para algunos otros pensadores económicos como John Stuart Mill y Karl Marx en el siglo XIX. Actualmente es admirado y reconocido por intelectuales y políticos manteniendo sus teorías vivas hasta hoy en día.

#### ***1.1.4 Jean Baptiste Say***

Jean Baptiste Say nació en Francia en el año de 1767, influenciado por la obra de Smith “Investigación sobre la Naturaleza y Causas de la Riqueza de las Naciones”, perteneció a un grupo importante de economistas liberales del siglo XIX. La principal obra de Say “Tratado de Economía Política” (1803) ilustra sobre la distribución y composición de la riqueza y plantea la famosa “Ley de Mercados de Say” en la cual, siguiendo con la corriente de Adam Smith y David Ricardo, explica cómo es que antes de existir la demanda debe prevalecer la oferta. Esta ley de Say se resume con la frase “*la oferta crea su propia demanda*”, y aun que esta frase ha sido de gran influencia a lo largo de la historia económica, no se adjudicó a una sola persona.

Say fue un defensor de la propiedad privada, la libre competencia y difusor de la idea sobre que el estado debía tener un papel lo más limitado posible dentro de los mercados. En el plano del análisis económico, se piensa que Say no solo divulgó las teorías de Smith sino que también las obras y teorías de Say suponen una corrección a los errores de Smith.

Las preguntas que se han hecho estos pensadores de la ciencia económica se centran en resolver cómo funciona la economía, que estrategias tomar para que crezca la riqueza, además de asegurar el bienestar de la población. No solo se propusieron comprender los acontecimientos económicos, sino que también trataron de establecer cuáles son las políticas más acertadas para lograr la prosperidad de la sociedad.

A manera de resumen, Castro U. (2008:6-7) menciona los principales planteamientos de la escuela clásica:

- Competencia perfecta en todos los mercados.
- El estado no debe intervenir en el funcionamiento de los mercados, ya que los agentes económicos en su acción individual, como por medio de una "mano invisible", son dirigidos al equilibrio y a la eficiencia. Esto es, Laissez faire-Laissez passer. En consecuencia, las políticas fiscales, monetarias y los subsidios, obstaculizan el funcionamiento del mercado.
- Precios flexibles al alza y a la baja, incluidos los salarios, lo que va a permitir que todos los mercados (de bienes y servicios, de dinero, de trabajo, etc.) estén siempre en equilibrio (si hay demanda u oferta insatisfecha el ajuste de precios se encargará de que el mercado vuelva a recuperar el equilibrio).
- El mercado de trabajo está siempre en situación de pleno empleo. No hay paro, el desempleo que pueda existir es de carácter friccional (debido al tiempo que la gente tarda en localizar un trabajo acorde con su capacitación) o voluntario (gente que no quiere aceptar el salario que le ofrece el mercado).
- La producción ofrecida por las empresas viene determinada por el nivel de pleno empleo (a través de la función de producción). Por tanto, la oferta domina sobre la demanda. La curva de oferta es vertical y es la que determina el nivel de producción de equilibrio: variaciones en la demanda tan sólo producen variaciones en los precios.
- La política monetaria es ineficaz (neutralidad del dinero): variaciones en la oferta monetaria sólo afectan al nivel de precios, sin que tengan ningún efecto sobre las

variables reales (cantidad demandada, producción de equilibrio, salarios, etc., una vez depurado el efecto de los precios).

- La política fiscal tampoco sirve ya que la economía se encuentra siempre en una situación de pleno empleo, por lo que estas medidas al final sólo se traducen en subidas de precios.
- El valor de un bien está dado por la cantidad de trabajo empleado en la producción de ese bien.

## ***1.2 Teorías Neoclásica del crecimiento económico***

Algunas décadas después de que David Ricardo publicara su obra “Principios de la economía, política y tributación” de 1817. Karl Marx, filósofo y economista alemán, se centró en el estudio del desarrollo económico y el crecimiento, considera que la producción se entrelaza con la reproducción, distingue el ahorro del consumo, cuentas de depreciación y el progreso tecnológico, para que en 1872 desarrollara un modelo de acumulación de capital físico (Sardadvar, 2011, p. 10). En este modelo Marx explica como una parte del beneficio obtenido en un periodo es gastada, mientras que otra parte se convierte en capital para el siguiente periodo y así sucesivamente para periodos posteriores, lo que concluye en que *“el capital ha producido capital”* (Marx 1872, p.538 , citado por Sardadvar, 2011, p. 10). En su modelo asocia este proceso con el progreso tecnológico y otros factores como la mano de obra.

Karl Marx también creó su teoría de crecimiento a mediano plazo. Esta teoría describe cómo es que una economía capitalista crece a un ritmo que parece constante existiendo un sector para los bienes de producción y otro sector para los bienes de consumo (Sardadvar, 2011, p. 10). Años después Wilhelm Krelle retomaría la idea propuesta por Karl Marx y crea formalmente este modelo que contempla a los dos sectores y *“muestra que ambos crecen a tasas idénticas, dependiendo positivamente de la tasa de ahorro y la tasa de plusvalía”* (Sardadvar, 2011, p. 11).

Por lo anterior, el modelo de crecimiento de Marx tiene algunas preguntas sin respuestas, se consagró como un importante precursor de la moderna teoría del crecimiento, puesto que

aborda las mismas preguntas formuladas en la actualidad por los economistas y se anticipa al rasgo característico de la teoría neoclásica de crecimiento (Sardadvar, 2011, p. 11).

Después de Karl Marx, parece que la economía tuvo un periodo sin nuevas innovaciones hasta el cambio al siglo XX. Aunque existen algunos economistas que dieron nuevas ideas del desarrollo económico y crecimiento, tal es el caso de Roy F. Harrod que centrándose en la tasa de crecimiento y con base en la obras de Keynes, en 1939 desarrolla un modelo que plantea qué condiciones se requieren para un crecimiento y equilibrio a largo plazo.

Después, en 1946 Evsey D. Domar muestra algunas similitudes en sus teorías con las de Harrod y el modelo resultante generalmente es llamado como modelo de Harrod-Domar el cual *“es ahora de interés principalmente histórico, pero sin embargo sigue siendo apreciado como un intermediario entre la teoría clásica y la neoclásica”* (Sardadvar, 2011, p. 12).

### ***1.2.1 Carl Menger***

Carl Menger nació en Neu Sandec, Galitzia, que entonces formaba parte de la Polonia austriaca en el año de 1840. Su obra más importante fue “Principios de economía política” publicada en 1871, es la obra esencial de los pensadores austriacos de la época, define el concepto de un bien y como es que resulta de utilidad para satisfacer las necesidades humanas y, expone claramente las relaciones entre la utilidad y los precios.

Para Menger (1871). Los bienes de que disponemos no tienen valor para nosotros en razón de sí mismos, por el contrario, lo único que importa es su capacidad para satisfacer nuestras necesidades, porque de esto depende nuestra vida y nuestro bienestar (p. 87).

En este sentido Menger distingue los bienes de las cosas útiles; siendo los bienes de orden superior aquellos que se utilizan para la producción de otros bienes y los bienes de primer orden aquellos que se destinan directamente al consumo.

Además distingue los bienes económicos de los no económicos, explicando cómo es que en los bienes económicos la necesidad es mayor que la oferta, por lo contrario, en los bienes no económicos la oferta de dichos bienes supera a su necesidad de consumo.

Otras de sus contribuciones destacan por analizar cómo es que la competencia y el monopolio tienen efecto sobre los precios y, conceptualizó lo que hoy se conoce como costo de oportunidad, manifestando que existe un sacrificio de la utilidad que se podría haber obtenido mediante los recursos destinados para producir algún otro bien.

Para muchos economistas las aportaciones de Carl Menger fueron tal vez las más importantes después de las teorías económicas de Adam Smith. En palabras de Friedrich August von Hayek (1871) “...*difícilmente se encontrará en esta historia, ni en la de ninguna otra rama del saber, el ejemplo de un autor que haya revolucionado los fundamentos de una ciencia ya bien establecida...*”.

### ***1.2.2 León Walras***

Marie Esprit Leon Walras nació en Evereux, Francia en el año de 1834. Entre las aportaciones de Leon Walras se encuentra el considerar el precio como la variable de ajuste cuando los mercados se encuentran en desequilibrio, es decir que el precio de los bienes determina la cantidad.

Sotelo (2001:76), describe algunas otras aportaciones importantes de este economista francés:

- El mercado garantiza la solución a todo problema a través del mecanismo de la competencia.
- La ley de Walras: el exceso de demanda de cualquier bien depende de la suma de excesos de demanda de los demás bienes. Es decir, la demanda de un bien está relacionada funcionalmente con los precios y dotaciones iniciales con los que se enfrenta el individuo. Dados los gustos del individuo y la restricción de la renta, los excesos de demanda y oferta de todos los bienes es cero.
- Para que los excesos de demanda fueran cero era necesario que se maximizara la satisfacción de los individuos, lo cual se logra gracias al intercambio.

Leon Walras continúa siendo un economista actual y fue considerado como uno de los economistas más importantes en el libro de Schumpeter “Historia del análisis económico”, obra publicada en el año de 1954.

### ***1.2.3 Alfred Marshall***

Alfred Marshall nació en Londres, Reino Unido en el año de 1842. Matemático puro, se centró en el rigor de las matemáticas sobre la economía, puesto que para él es de extrema importancia el uso de la matemáticas para la representación de la ciencia económica, muchas de sus contribuciones estuvieron influenciadas basadas en las teorías de Adam Smith, David Ricardo y posteriormente en las ideas de la utilidad de león Walras.

Sotelo (2001:81-82), menciona las contribuciones más importantes en la trayectoria económica de Alfred Marshall:

- La introducción específica del tiempo como un factor en el análisis económico. Las concepciones de los periodos "largo" y "corto" son suyas. Marshall proponía tratar el problema del cambio continuo (tiempo) por medio del uso juicioso de los supuestos *ceteris paribus*. A pesar de que otros ya lo habían utilizado a él se debe su explicación y utilización en el análisis del costo de producción y en toda la teoría del valor.
- Desarrolló la teoría de la demanda en la cual afirma que el precio de un bien y la cantidad demandada del mismo varían en proporción inversa.
- Introdujo explícitamente la idea de elasticidad del precio de la demanda (es el cociente del cambio de la cantidad demandada y el cambio en el precio, expresados en porcentajes), la cual mide el grado en el cual se relacionan dichas variables.

Elasticidad > precio elástico

Elasticidad < precio inelástico

- Aceptó las leyes de Hermann Heinrich Gossen y formalizó la condición de equilibrio de la segunda ley.

- Establece dos efectos: el efecto sustitución (si el precio de un bien disminuye con relación a sus sustitutos, la cantidad demandada de dicho bien aumentará y viceversa), y el efecto ingreso (si el precio de un bien disminuye ocasiona un aumento en el ingreso real del individuo, que puede comprar más o comprar la misma cantidad de ese bien).
- Clasificó los diferentes tipos de bienes: bienes normales (aquellos cuyo consumo aumenta cuando aumenta el ingreso); bienes inferiores (aquellos cuyo consumo disminuye cuando aumenta el ingreso) y bienes Giffen (aquellos bienes inferiores que tienen un efecto ingreso más grande que un efecto sustitución).
- La concepción especial excedente del consumidor (diferencia entre el precio que estaría dispuesto a pagar por una cosa antes que privarse de ella, y el que realmente paga por ella).
- Marshall reserva el término renta para los llamados regalos de la naturaleza. El término interés es aplicable solamente a la nueva inversión potencial. El capital invertido genera un valor por encima de los costos de mantenimiento y reposición, y este valor neto de la inversión fija es lo que se llama *cuasi-renta*. Pero ésta incluye todos los rendimientos de la empresa superiores a los rendimientos de la empresa marginal.
- La forma en que se combinan los factores de la producción depende de sus precios y de la productividad marginal de cada factor.
- Asignó la cantidad como variable independiente y el precio como la dependiente.
- El equilibrio estable se logra debido a que cuando el precio de demanda excede al precio de oferta los vendedores presentan una cantidad mayor en el mercado, y viceversa, con lo que cualquier desplazamiento del equilibrio produciría fuerza que lo restablecerán nuevamente a una posición de equilibrio.
- Divide a las economías en dos: economías internas (aquellas para las que un aumento en la producción depende de los recursos de la empresa, de su organización y dirección) y economías externas (aquellas para las que un aumento de producción deriva del desarrollo general de la industria).

Todas estas contribuciones han sido retomadas por nuevas generaciones de economistas y las han utilizado para sus análisis económicos y en la toma de decisiones.

#### ***1.2.4 El modelo neoclásico de Solow***

Robert Merton Solow es un economista estadounidense nacido en el año de 1924, este economista recibió el premio Nobel de Economía por su contribución a la teoría del crecimiento económico. El principal aporte de Solow conocido como “Modelo de crecimiento de Solow” (1956), analiza cómo interactúa el crecimiento del stock de capital con el crecimiento de la población y el progreso tecnológico, y como es que influyen sobre los niveles de producción.

Palley (1996:114-115) describe las principales características del Modelo de Solow:

La característica más importante del modelo es que la tasa de crecimiento en estado estacionario depende exclusivamente de las tasas de crecimiento de la población y de la mano de obra que aumenta el progreso técnico, y siempre que estas variables sean exógenas, el crecimiento en estado estacionario también es exógeno.

Una segunda característica del modelo es que la tasa de acumulación de capital depende exclusivamente del comportamiento del ahorro de los hogares y es independiente del gasto de inversión empresarial. Este modelo asume que la realización del ahorro no es problemática, y que los aumentos en el ahorro de los hogares se traducen automáticamente en aumentos, uno a uno, en el gasto de inversión. Este tratamiento ignora la preocupación fundamental de las creencias keynesianas de que el comportamiento de la inversión determina el grado en que los ahorros de los hogares se realizan en forma de acumulación de capital.

Una tercera característica relacionada es que no menciona ninguna restricción de demanda. Por lo tanto, el modelo incorpora implícitamente una versión dinámica de la ley de Say por la cual se exige voluntariamente todo el crecimiento de la producción: el crecimiento de la demanda se considera no problemático y la demanda se expande



*pari passu* con la oferta. Esta característica está en desacuerdo con el énfasis keynesiano en la demanda agregada, en el corto plazo, es el "nivel" de la demanda lo que potencialmente limita la producción y el empleo: extrapolado a un conteo de crecimiento, es la "carrera y crecimiento de la demanda" que puede limitar la tasa de crecimiento de la producción.

De Gregorio (2012) describe la mecánica del modelo básico de Solow y su conclusión principal: “*no hay crecimiento del PIB per cápita si no hay crecimiento de la productividad*” (p. 286), para explicarlo se asume a priori que no hay un crecimiento de la población ni crecimiento en la productividad, para después agregar un crecimiento en ambos factores y observar el papel que representan dentro del crecimiento económico.

La función de producción que puede resumir la capacidad productiva de un país, se supone es la siguiente:

$$Y = AF(K, L) \quad (1.1)$$

Donde,

$$Y = PIB$$

$A =$  *parametro conocido como productividad total de los factores*

$K =$  *Cantidad de capital*

$L =$  *Cantidad de trabajadores*

Supondremos que esta función de producción presenta retornos decrecientes a cada factor pero retornos constantes a escala. Esto significa que a medida que aumenta la cantidad de capital en la economía cada unidad extra de capital es menos productiva que las anteriores.

Matemáticamente lo anterior dignifica que  $F_i(K, L) > 0$ , pero que  $F_{ii}(K, L) < 0$ , donde  $i = K, L$ . Esto de llama rendimientos decrecientes a cada factor. Por otra parte retornos constantes a escala significativa que  $F(\lambda K, \lambda L) = \lambda F(K, L)$ . Una de las funciones que cumple con ambas funciones es la función de producción de Cobb-Douglas:

$$F(K, L) = K^{1-\alpha}L^\alpha \quad (1.2)$$

Esta función servirá para interpretar los resultados. A raíz del supuesto de retornos constantes a escala, podemos dividir a la función (1.1) entre L lo que implicaría que también tenemos que dividir el PIB entre L, para llegar a la siguiente representación:

$$y = \frac{Y}{L} = F\left(\frac{K}{L}, 1\right) \equiv f(k)$$

A partir de esta última ecuación podemos ver que la única manera de crecer para este país es acumular más capital, y esto se logra invirtiendo. En el caso de la función Cobb-Douglas, tendremos la siguiente función para el PIB por trabajador como función del capital por trabajador:

$$y = K^{1-\alpha}$$

Además De Gregorio (2012:287-298), supone que la economía es cerrada y que no hay gobierno. Primero analiza el caso de crecimiento sin progreso técnico y sin crecimiento de la población, luego asume que la población crece, y después de estudia el progreso técnico.

### *I. Población Constante*

El producto que se gasta en consumo e inversión, se expresa en términos per cápita:

$$y = c + i \quad (1.3)$$

Además se sabe que el capital se acumula dependiendo de cuanto invierte el país menos la depreciación del capital ya instalado y, es decir:

$$k_{t+1} - k_t = i_t - \delta k_t,$$

Representado en un instante tiempo:

$$\dot{k} = i - \delta k \quad (1.4)$$

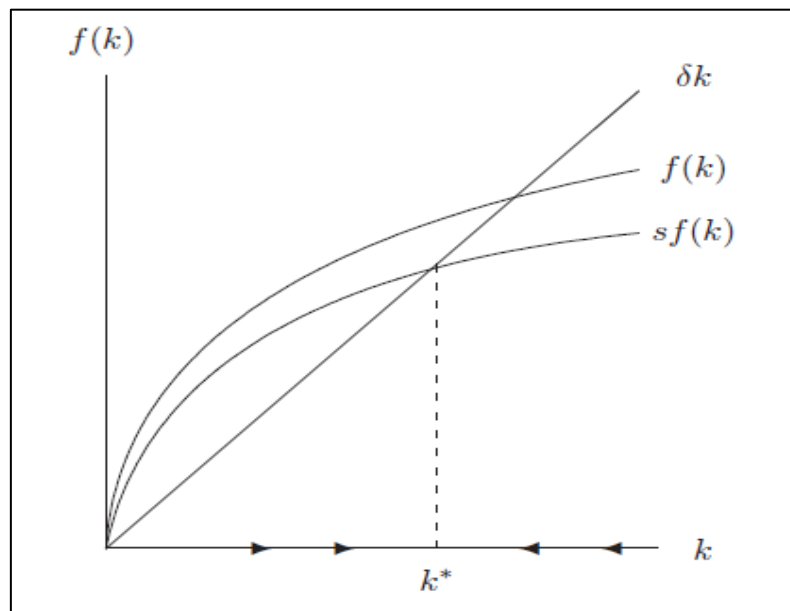
Finalmente se supone que los individuos ahorran una fracción de su ingreso. Por lo tanto, consumen una fracción  $(1 - s)$  de él. Este supuesto es muy importante, porque simplifica mucho la presentación. En el fondo, toda la conducta de los hogares se resume en  $s$ , sin entrar a discutir cómo la gente decide su ahorro y consumo.

Ha partir de las ecuaciones (1.3) y (1.4), más el último supuesto, se tiene que:

$$\dot{k} = f(k) - (1 - s) f(k) - \delta k = sf(k) - \delta k \quad (1.5)$$

Gráficamente la ecuación 1.5 se puede apreciar en la figura 1.1.

**Figura 1.1 Modelo de Solow: población constante**



Fuente: De Gregorio (2012) p. 288

Gregorio (2012:287-298) explica que como la función de producción presenta retornos decrecientes con respecto al capital, cada unidad extra de  $k$  aumenta el valor de  $f(k)$  en una menor cantidad. La diferencia entre  $sf(k)$  y  $\delta k$  es lo que se acumula el capital en términos per cápita. En  $k^*$  la inversión en nuevo capital  $sf(k^*)$  es igual a la depreciación del capital  $\delta k^*$  por lo tanto en este punto el capital deja de acumularse, es decir  $\dot{k} = 0$ . Esto se conoce como el estado estacionario.

A la izquierda de  $k^*$ , el capital crece a través del tiempo ( $\dot{k} > 0$ ) pues cada unidad adicional de capital, la inversión, no solo cubre la depreciación sino que además permite agregar capital al stock existente. Por otro lado, a la derecha de  $k^*$  el capital se des acumula, pues en este caso la depreciación del capital es mayor a lo que se invierte ( $\dot{k} < 0$ ), provocando una caída en el stock. Por lo tanto parece ser que no hay crecimiento en el largo plazo, si no hay crecimiento de la productividad ni de la población.

## II. Crecimiento de la población

A continuación se supone que la población crece a una tasa exógena  $n$ , es decir  $L = L_0 e^{nt}$ . La ecuación (1.4) está en términos per cápita, pero ahora se parte de la igualdad expresada en términos totales:

$$\dot{K} = I - \delta K \quad (1.6)$$

Si dividimos a (1.6) entre  $L$ , tendremos que  $\dot{K}/L = i - \delta k$ , tomando derivadas se tiene:

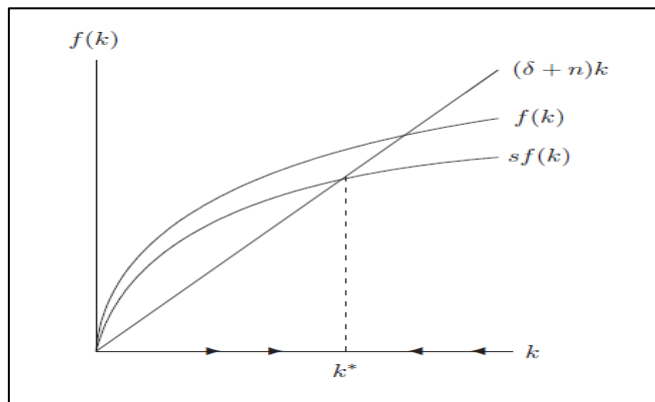
$$(\dot{K}/L) = \dot{k} = \dot{K}/L - K \dot{L}/L^2$$

Usando el hecho de que  $i = sf(k)$ , se tiene la siguiente ecuación que describe la acumulación de capital.

$$\dot{k} = sf(k) - (\delta + n)k \quad (1.7)$$

Si comparamos la ecuación (1.7) con (1.5) se puede concluir que son iguales, con la única diferencia de que en la ecuación (1.7) la tasa de depreciación efectiva es  $(\delta + n)$ , que corresponde a la depreciación del capital por trabajador. El capital se deprecia a una tasa  $\delta$ , pero su nivel por unidad de trabajador cae a una tasa  $n$  por el hecho de que la población crece. En consecuencia, el capital per cápita se deprecia a  $(\delta + n)$ . Si la depreciación  $\delta$  fuera 0, el capital per cápita caería a una tasa  $n$  si no hubiera inversión. La ecuación (1.7) se presenta en la figura 1.2.

**Figura 1.1 Modelo de Solow: crecimiento de la población**



Fuente: De Gregorio (2012) p. 290

### ***1.3 Teorías keynesianas y Postkeynesianas sobre el crecimiento económico***

Los planteamientos de la escuela clásica y neoclásica se vieron cuestionados cuando aparece la primera gran crisis del capitalismo en el siglo XX. La gran Depresión puso de manifiesto la dificultad de alcanzar el equilibrio mediante el mecanismo de precios en los diversos mercados: mercancías, financieros, laborales, dejando claro que los ajustes no se presentan de manera automática, surgiendo de esta manera el Keynesianismo, llamado así por su autor John Maynard Keynes quien en su obra denominada “Teoría General sobre el empleo, el Interés y el dinero” (1936); estructura sus planteamientos teóricos. (Castro U., 2008, p. 10).

La esencia de las teorías de crecimiento keynesianas se basan en el postulado principal de Keynes: Demanda agregada. La condición decisiva para un crecimiento económico equilibrado en estas teorías es el aumento de la demanda agregada. Además la inversión es considerada como el principal factor que aumenta los ingresos como efecto multiplicador.

El enfoque keynesiano considera los periodos a corto plazo y una situación específica de depresión económica. Sin embargo los seguidores de Keynes ampliaron su enfoque a largo plazo. La teoría postkeynesiana (Neokeynesiana) del crecimiento económico ha sido formulada por los Estados Unidos, por el economista de origen polaco Evsey Domar y el economista británico Roy Harrod. Sus resultados fueron tan cerca el uno del otro que posteriormente se conocieron en la ciencia económica como la teoría de Harrod-Domar.

### ***1.3.1 John Maynard Keynes***

John Maynard Keynes nació en Cambridge, Inglaterra en el año de 1883. “La teoría general del empleo, el interés y el dinero” de 1936 fue la obra más importante de Keynes convirtiéndose en la base de todas las siguientes teorías keynesianas de crecimiento. El factor más importante en el modelo de Keynes es la demanda efectiva, especificando que la expansión de la demanda agregada debería aportar al crecimiento económico.

Keynes rechazaba a la teoría clásica donde “*una mano invisible*” regula a la economía y tiende al pleno empleo y, a un equilibrio entre los mercados. Además proponía que en momentos de estancamiento económico, el estado tiene la obligación de estimular la demanda con mayores gastos económicos (Castro U., 2008, p. 11).

Keynes argumentaba que para combatir a la gran depresión se debía estimular a la economía con incentivos para invertir, mediante dos enfoques:

- I. Una reducción en la tasa de interés con política monetaria y,*
- II. Inversión del gobierno en infraestructura con política fiscal*

En el primer enfoque de reducción de la tasa de interés, el banco central reduce la tasa de interés a los bancos comerciales a quienes les ha concedido un préstamo y envía una señal indicando que estos bancos comerciales deberían hacer lo mismo con sus clientes, de esta forma sería más atractivo para los inversionistas financiarse para crear nuevos negocios que aporten al crecimiento económico.

En el segundo enfoque de inversión del gobierno en infraestructura, el gobierno introduce ingresos en la economía para crear más oportunidades de negocios, empleo y demanda para revertir las condiciones de desequilibrio.

Keynes es considerado el padre de la macroeconomía siendo el iniciador del pensamiento que se enfoca en los agregados monetarios como el crecimiento del producto, estudió el comportamiento económico nacional, la creación y reproducción de la riqueza.

### ***1.3.2 Nicholas Kaldor***

Nicholas Kaldor nació en Budapest en el año de 1908. Kaldor era un economista bien establecido en la tradición clásica fuertemente atacada por Keynes, pero para Kaldor, como para tantos economistas de su generación, el punto de inflexión decisivo llegó con la publicación de La teoría general de Keynes en 1936.

Kaldor tenía 28 años de edad y se sintió profundamente conmovido por las ideas de Keynes. Presentó, al principio, un cambio de intereses, principalmente de los problemas microeconómicos a los macroeconómicos, y luego un cambio radical de todo su pensamiento acerca de la teoría económica y del papel práctico de un economista.

Alrededor del año 1939 Nicholas Kaldor publicó numerosos artículos de diversos problemas macroeconómicos y finalmente surgió como uno de los principales autores junto con sus colegas Richard Kahn, Joan Robinson y Piero Sraffa, a quienes se les ha llegado a conocer como la escuela Poskeynesiana de la teoría económica.

Una de las teorías más conocidas de Kaldor es la “Teoría keynesiana de la distribución del ingreso” (1956). Esta teoría se basa en la idea de que los receptores de ganancias tienen una propensión a ahorrar mucho mayor que los asalariados, así, en un sistema económico en que los empresarios realizan las inversiones que corresponden al empleo pleno, existe una distribución del ingreso entre las ganancias y los salarios; debido a esta propensión a ahorrar, la distribución del ingreso se da en función a la participación de las ganancias del ingreso nacional.

Kaldor, desde el punto de vista de la economía keynesiana, observó los efectos dinámicos de la especulación y aportó la teoría de los “Ciclos económicos endógenos” (Kaldor N., 1954). Esta publicación creó un debate con las ideas de Friedrich Hayek (Economista neoclásico de la escuela austriaca) sobre el tema. Kaldor afirmaba que si un auge económico ha sido muy especulativo, podría crear un escenario donde esta economía tendría un descenso muy grave y rápido.

Sus últimos escritos critican severamente al neoliberalismo y al thatcherismo<sup>1</sup>.

### ***1.3.3 Anthony P. Thirlwall***

Anthony Thirlwall, profesor británico de economía aplicada, nació en el año de 1941. Siguiendo la corriente poskeynesiana, hacia finales la década de 1970 Thirlwall propuso un modelo de crecimiento conocido como “Ley de Thirlwall”, este modelo colocó a la demanda en el centro de la discusión entre neoclásicos y postkeynesianos. Planteó que el crecimiento está restringido por la balanza de pagos y nos dice que una economía no puede crecer en el largo plazo más allá de la tasa de crecimiento que le impone el equilibrio de sus cuentas externas, Clavijo P. (2015, p. 12).

La ley de Thirlwall toma como bases teóricas las ideas de Harrod (1933) y Kaldor (1975 y 1981) buscando conexiones entre las teorías del comercio y el crecimiento económico. “En términos del multiplicador estático del comercio exterior en economías con salarios fijos, en las cuales los flujos de divisas causados por desbalances comerciales no pueden afectar los precios relativos” Clavijo P. (2015, p. 14). Por lo que si aumenta la propensión a importar o si el volumen de exportaciones disminuye, el nivel de producción descenderá.

Thirlwall (1979, p. 46) describe la forma de cómo opera la restricción de la balanza de pagos sobre el crecimiento de un país, argumentando que si un país entra en dificultades de balanza de pagos a medida que se expande la demanda, antes de que se alcance la tasa de crecimiento de la capacidad a corto plazo, entonces la demanda debe ser reducida; el suministro nunca se utiliza por completo; la inversión es desalentada; el progreso tecnológico se ralentiza y los bienes de un país se comparan con los bienes extranjeros propensos a ser menos deseables, empeorando aún más la balanza de pagos, y así, se inicia un círculo vicioso. Por el contrario,

---

<sup>1</sup> Término adjudicado a cambios políticos-económicos considerados radicales, realizados por la ex primera ministra británica, quien era conservadora, Margaret Thatcher. Durante su mandato de 1979 a 1990 rompió con el paradigma keynesiano que prevalecía desde la segunda guerra mundial, acuñando y motivando políticas como la privatización, siendo cada vez más capitalista y dejando a un lado la intervención del estado en los mercados.



si un país puede expandir la demanda hasta el nivel de capacidad productiva existente, sin equilibrio de dificultades de pago, la presión de la demanda sobre la capacidad bien puede elevar la tasa de crecimiento de la capacidad.

Clavijo P. (2015) concluye:

La ley establece que en el largo plazo la tasa de crecimiento de un país está determinada por la razón entre la elasticidad ingreso de la demanda por exportaciones y la elasticidad ingreso de la demanda por importaciones multiplicada por el crecimiento del ingreso mundial. Esta ley generalmente se considera como la transcripción matemática de la ley causal que dice que un aumento de las exportaciones provoca un aumento en el producto. Por ello, este modelo le atribuye todo el crédito del crecimiento económico al crecimiento de las exportaciones (p. 17).

En este primer capítulo se presentó una síntesis de los principales autores que han sido protagonistas de la ciencia económica a lo largo de la historia; y que han influido en las ideas o creencias de las diferentes escuelas del pensamiento económico. Comenzando con las ideas de los autores de la escuela clásica, ciertos acontecimientos ocurridos durante los últimos años del siglo XVIII como la revolución industrial, modificaron radicalmente la forma de producir y crearon la necesidad de explicar nuevos fenómenos económicos que se desarrollaban; esto dio lugar al surgimiento de autores clásicos que desarrollaron una doctrina económica basada en el análisis económico.

Subsecuentemente, las ideas neoliberales propuestas por autores enfocados a crear un mercado libre de la intervención del estado, hoy dominan el pensamiento económico mundial y latinoamericano, con diferentes matices de acuerdo a la situación de cada economía, desde un neoliberalismo puro hasta un neoliberalismo con ciertos ajustes para atender algunas necesidades sociales.

También se expusieron los planteamientos teóricos del Keynesianismo, que cuestionan a las creencias de la escuela clásica y neoclásica, discutiendo que los ajustes en las fuerzas del mercado no se hacen de forma automática y que es necesario la intervención del estado para

alcanzar la prosperidad económica. Estos diferentes enfoques expuestos a lo largo del primer capítulo dan las bases teóricas de todo el análisis económico contemporáneo.

## **CAPÍTULO 2. MODELOS ECONOMETRICOS UNIECUACIONALES, EL METODO DE MÍNIMOS CUADRADOS ORDINARIOS**

Los modelos econométricos constituyen en la economía un gran esfuerzo por darle mayor científicidad a la disciplina, el proceso de modelización *“consiste en la abstracción que conduce a la simplificación mental de un fenómeno o de una realidad económica para adquirir la capacidad de ampliar y ordenar nuestro conocimiento de las cosas”* (Loria, 2007, p. 15). Este proceso busca encontrar, aceptar o rechazar teorías intelectuales de acontecimientos económicos mediante pruebas empíricas, usando métodos cuantitativos e instrumentos útiles que provee la ciencia.

Como lo dijo Jan Tinbergen en su discurso en la recepción del Premio Nobel de Economía, en diciembre de 1969, *“la utilidad de los modelos va más allá de su valor didáctico...constituyen un elemento real y esencial de la preparación de políticas bien coordinadas... constituyen un marco o un esqueleto y la carne y la sangre tendrán que ser añadidos con gran sentido común y conocimiento de los detalles”*. En este contexto, para disminuir la vulnerabilidad de la economía a eventos que ocasionan incertidumbre y volatilidad, es importante contar con análisis confiables y predicciones consistentes, la aplicación de modelos econométricos en la ciencia económica, así como el manejo de programas estadísticos avanzados resultan muy convenientes para nuevas investigaciones y aportaciones a la economía.

### ***2.1 Especificación de modelos econométricos, problemas de especificación y pruebas de detención***

#### ***2.1.1 Supuestos de los Mínimos cuadrados Ordinarios (MCO)***

La importancia de establecer supuestos, radica en la simplificación del análisis para eliminar elementos no importantes y que no permiten analizar claramente las variables necesarias para llegar a nuestro objetivo, a continuación se muestran los supuestos primordiales de los MCO.

Partimos de un modelo lineal general (modelo de regresión lineal múltiple).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \mu_i \quad (2.1)$$

De la misma manera que en un modelo de regresión simple, un modelo lineal general debe cumplir con ciertos supuestos o hipótesis, estos supuestos son (Gujarati, 2010:315):

Supuesto 1. El modelo de regresión es lineal en los parámetros por lo que la variable dependiente está en función lineal de los parámetros  $\beta$  y puede o no ser una función lineal en la variable  $X$ , por ejemplo:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \mu_i \quad \text{ó} \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i}^2 + \mu_i$$

Pero de ninguna forma:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1^2 X_{1i} + \mu_i \quad \text{ó} \quad Y_i = \beta_0 + \beta_1^2 X_{1i}^2 + \mu_i$$

Supuesto 2. Los valores de las regresoras, las  $X$ , son fijos, o los valores de  $X$  son independientes del término de error. Esto significa que se requiere covarianza cero entre  $\mu_i$  y cada variable independiente  $X$ .

$$cov(\mu_i, X_{ki}) = 0$$

Supuesto 3. Para  $X$  dadas, el valor medio de la perturbación  $\mu_i$  es cero.

$$\varepsilon(\mu_i) = 0$$

Supuesto 4. Para  $X$  dadas, la varianza de  $\mu_i$  es constante u homoscedástica.

$$\varepsilon(\mu_i^2) = \sigma^2$$

Supuesto 5. Para  $X$  dadas, no hay autocorrelación, o correlación serial, entre las perturbaciones.

$$cov(\mu_i, \mu_j) = 0$$

Supuesto 6. El número de observaciones  $n$  debe ser mayor que el número de parámetros por estimar  $k$ .

$$n > k$$

Supuesto 7. Debe existir variación suficiente entre los valores de las variables  $X$ .

También se incluyen los siguientes tres supuestos:

Supuesto 8. No hay multicolinealidad entre las variables  $X$ .

Supuesto 9. El modelo está correctamente especificado, por lo que no hay sesgo de especificación.

Supuesto 10. El término estocástico (de perturbación)  $\mu_i$  está normalmente distribuido.

$$\mu_i \sim N(0, \sigma^2)$$

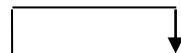
Una vez indicados los supuestos de MCO, a continuación se examinarán los tres supuestos principales: Multicolinealidad, Autocorrelación y Heteroscedasticidad.

### ***2.1.2 Multicolinealidad***

#### ***Naturaleza de la multicolinealidad***

Este concepto creado por Ragnar Frisch (1934), principalmente explica la posible existencia de relaciones lineales entre dos o más variables de un modelo, en este contexto se puede distinguir colinealidad (entre dos variables) y multicolinealidad (entre más de dos variables).

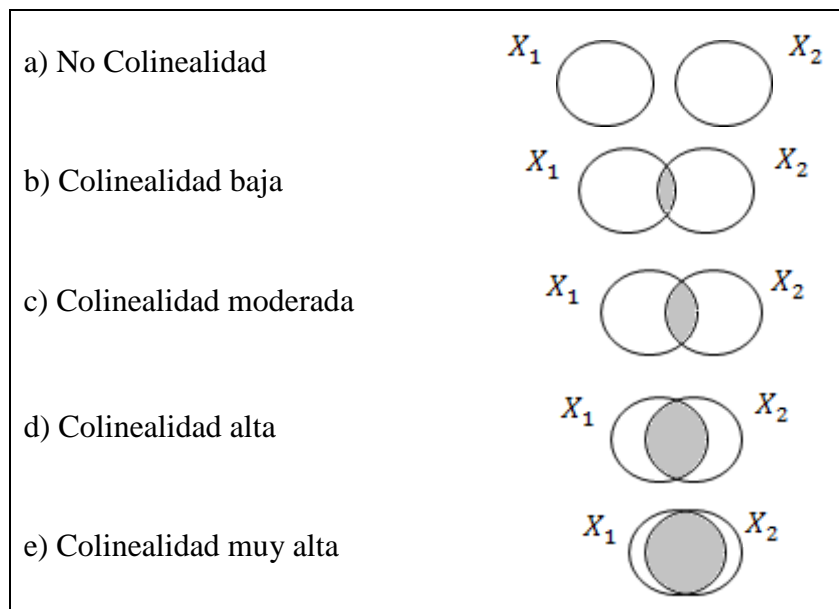
Por lo anterior, la multicolinealidad puede definirse como la existencia de una relación lineal entre algunas o todas las variables explicativas de algún modelo de regresión. La ecuación (2.2) representa la manera en que se relacionan las variables exógenas al existir la multicolinealidad, en este caso la variable independiente  $X_{2i}$  tiene colinealidad con la variable  $X_{3i}$  y esta a su vez con la variable  $X_{ki}$



$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \mu_i \quad (2.2)$$

En las variables económicas suele existir un cierto grado de colinealidad o multicolinealidad por lo que se debe distinguir de una multicolinealidad perfecta, que se da cuando hay una relación exacta entre una o todas las variables del modelo. En la figura 2.1 se pueden identificar los grados de colinealidad.

**Figura 2.1 Grados de Colinealidad**



*Fuente: Elaboración propia*

Las partes sombreadas muestran la correlación que puede existir entre las variables. Esta definición solo se refiere a la relación lineal entre las variables de un modelo, exceptuando relaciones no lineales. A su vez, Montgomery y Peck (1982:289-290) afirman que la multicolinealidad puede existir a causa de los siguientes factores:

- a. El método de recolección de información.
- b. Restricciones en el modelo o en la población objeto de muestreo
- c. Especificación del modelo
- d. Un modelo sobre determinado

### ***Consecuencias de la multicolinealidad***

La presencia de multicolinealidad, ya sea baja o alta en el modelo, podría causar las siguientes consecuencias

- a. Presentar varianzas y covarianzas grandes que hacen difícil la estimación precisa.
- b. Los intervalos de confianza tienden a ser mucho más amplios lo cual propicia una aceptación más fácil de la hipótesis nula.
- c. La razón t de uno o más coeficientes tienden a ser estadísticamente no significativos.
- d. La medida global de bondad de ajuste, puede ser más alta.
- e. Los estimadores MCO y sus errores estándar son más sensibles a pequeños cambios en la información.

### ***Detección de la multicolinealidad***

Existen diferentes formas para poder detectar la multicolinealidad, a continuación se mencionaran las 4 técnicas principales desarrolladas en la práctica:

1. **La matriz de correlaciones:** Esta ayuda a identificar la relación que existe entre las variables de un modelo, como se observa en la tabla 2.1, en cada intersección de la matriz,  $R_{x_i, x_j}$  representa el grado de correlación entre dos variables independientes. Si  $R_{x_i, x_j}$  excede de 0.8, existe un alto grado de correlación.

**Tabla 2.1 Matriz de correlaciones**

	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_4$
$X_1$	1	$R_{X_1,X_2}$	$R_{X_1,X_3}$	$R_{X_1,X_4}$
$X_2$	$R_{X_2,X_1}$	1	$R_{X_2,X_3}$	$R_{X_2,X_4}$
$X_3$	$R_{X_3,X_1}$	$R_{X_3,X_2}$	1	$R_{X_3,X_4}$
$X_4$	$R_{X_4,X_1}$	$R_{X_4,X_2}$	$R_{X_4,X_3}$	1

*Fuente: Elaboración propia*

2. **R-cuadrada alta y razones t-estadísticas poco significativas:** Al realizar la estimación del modelo y analizando los resultados; Si es alto el coeficiente de determinación, denominado  $R^2$  y la razones “t” de los coeficientes son poco significativas podríamos suponer que existe multicolinealidad entre las variables regresoras.
3. **Factor de Incremento de Varianzas (FIV) e Índice de tolerancia (IT):** El FIV muestra en qué medida se agranda la varianza del estimador como consecuencia de la no ortogonalidad de los regresores. Por otra parte el IT es el inverso del FIV y resulta una mejor medida de multicolinealidad, se debe calcular el Factor de Incremento de Varianzas y el Incremento de Tolerancias que se obtienen con las siguientes fórmulas:

$$FIV = \frac{1}{(1 - R_{X_1,X_2,\dots,X_n}^2)}$$

$$IT = (1 - R_{X_1,X_2,\dots,X_n}^2)$$



Cuanto mayor sea el FIV mayor va a ser el grado de multicolinealidad. Para evitar problemas de multicolinealidad sería deseable contar con regresores que tengan altos índices de tolerancia.

4. **Reestimar el modelo:** Reestimar el modelo con menos observaciones e identificar si se producen grandes cambios en los valores numéricos, así como en el signo de estimación.

En definitiva la multicolinealidad es un problema muestral importante de tratar en el proceso de modelización puesto que, como se ha visto, puede existir cierto grado de multicolinealidad entre las variables del modelo pero su detección y su correcto tratamiento impactara directamente en la obtención de resultados consistentes. Además de la multicolinealidad, pueden existir otros problemas vinculados con las perturbaciones obtenidas en la estimación de un modelo, tal es el caso de la autocorrelación.

### ***2.1.3 Autocorrelación***

#### ***Naturaleza de la autocorrelación***

Una de las hipótesis básicas en el modelo econométrico simple como el modelo lineal general, es la no existencia de correlación entre las perturbaciones, al no conocer el valor de  $\mu_i$  por ser una variable aleatoria, se usa para su análisis la  $\hat{\mu}_i$  obtenida de la estimación del modelo.

La autocorrelación influye directamente en las covarianzas de las perturbaciones y viola la hipótesis de no correlación entre las perturbaciones estocásticas es decir:

$$cov(\mu_i, \mu_j) \neq 0$$

La función de autocorrelación (FAC) nos ayuda a encontrar las correlaciones que existen entre las perturbaciones aleatorias de orden “s” mediante la fórmula de correlación.

$$\rho_s = \frac{cov(\mu_t, \mu_{t-s})}{\sqrt{Var(\mu_t) * Var(\mu_{t-s})}} = \frac{\gamma_s}{\gamma_0}$$

Donde FAC estará dada por  $\{\rho_1, \rho_2, \rho_3 \dots \rho_s\}$ , y cada  $\rho$  es el coeficiente de correlación que existe entre las perturbaciones.

Un proceso auto regresivo nos dice cuántos rezagos en la variable aleatoria son los que están afectando al valor presente, un proceso autoregresivo de orden  $p$ ,  $AR(p)$  se expresa de la siguiente forma:

$$AR(p) = \mu_t = \rho_1\mu_{t-1} + \rho_2\mu_{t-2} + \rho_3\mu_{t-3} \dots + \rho_p\mu_{t-p} + \varepsilon_t \quad (2.3)$$

Donde  $\varepsilon_t$  es ruido blanco  $N(0, \sigma_t^2)$

Como se observa en (2.3), el valor de la variable aleatoria en el presente está en función de ella misma rezagada  $p$  periodos.

Los factores más importantes que causan la autocorrelación son:

- a. Inercia de los datos: cuando en series de tiempo los valores de las perturbaciones rezagadas afectan a los valores en el presente.
- b. Inclusión en el modelo de variables endógenas desfasadas.

$$y_t = f(y_{t-1}, X_1, \dots)$$

Así  $y_t$  además de estar explicada por ciertas variables exógenas, también estará en función de variables endógenas rezagadas.

- c. Errores de especificación (por omisiones de variables), estos errores de especificación se analizarán más adelante.
- d. Manipulación de los datos: En ocasiones, es habitual que en series de tiempo ya sea por la desestacionalización, o el manejo de los datos en corte transversal, cause dependencia entre los datos.

### ***Consecuencias de la autocorrelacion***

Por alguno o varios de estos motivos, la presencia de autocorrelacion ocasiona que los siguientes problemas:

- a. Los estimadores de los coeficientes de regresión por M.C.O. dejan de ser eficientes bajo el teorema de Gauss-Markov, es decir que para el encontrar el estimador más eficiente, debe ser aquel que contenga la varianza mínima, lo cual ya no se cumple.
- b. Es probable que como resultado de una estimación en presencia de autocorrelación, se sobreestime el coeficiente de determinación  $R^2$ .
- c. Por lo anterior, la presencia de autocorrelación implica que no se puedan usar las pruebas de validación de las variables como t de Student o F de Fisher.

### ***Detección de la autocorrelacion***

Existen dos formas para poder detectar la autocorrelacion: Gráficamente y con diferentes contrastes formales como el de Durbin-Watson o el de Box-Ljung, Brush-Godfrey que se describen más adelante.

Para detectar la autocorrelacion de la primera forma, se grafican los valores de  $\hat{\mu}_t$  de un modelo previamente estimado con respecto a ella misma rezagada n periodos, por ejemplo, rezagando la perturbación un periodo  $\hat{\mu}_{t-1}$ , se podría observar un posible comportamiento lineal, ya sea positivo o negativo entre las perturbaciones presentes y las perturbaciones de un periodo anterior del modelo estimado.

Para usar los diferentes contrastes se debe conocer de qué orden es el proceso autoregresivo; un ejemplo para los procesos de orden uno, es decir  $AR(1) := \rho_1\mu_{t-1} + \varepsilon_t$ , se usa la prueba estadística de Durbin-Watson (1951), el cual consiste en analizar las desviaciones de los residuos presentes respecto a los del periodo anterior (p.159-171).

El contraste se especifica a continuación:

Formulación de hipótesis:

$H_0$ : No autocorrelacion

$H_1$ : Autocorrelacion

Estadístico de prueba:

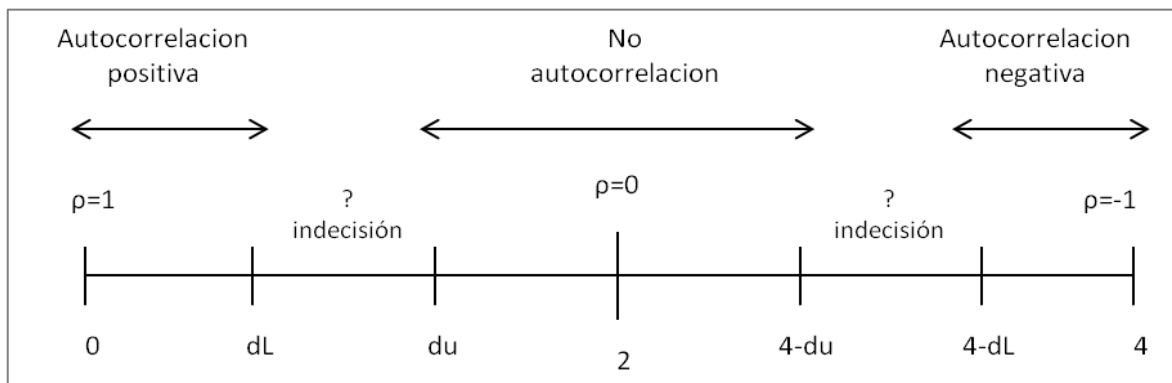
$$DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\mu}_t - \hat{\mu}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\mu}_t^2} \approx 2(1 - \hat{\rho}_1)$$

Con el estadístico de Durbin-Watson se puede deducir lo que pasa cuando  $\hat{\rho}_1$  (coeficiente de correlación de orden 1) toma diferentes valores, es decir:

- Si  $\hat{\rho}_1 = 0 \rightarrow$  No existe autocorrelacion y el estadistico DW sera igual a 2.
- Si  $\hat{\rho}_1 = 1 \rightarrow$  Autocorrelacion positiva y el estadistico DW sera igual a 0.
- Si  $\hat{\rho}_1 = -1 \rightarrow$  Autocorrelacion negativa y el estadistico DW sera igual a 4.

Durbin y Watson hallaron el límite superior ( $d_u$ ) e inferior ( $d_L$ ) para detectar si existe o no autocorrelación; Con ayuda de la figura 2.2 se pueden observar dichos límites:

**Figura 2.2 Límites de autocorrelación**



Fuente: Elaboración propia

Para concluir con la hipótesis planteada, se usa la tabla de Durbin-Watson, y se realiza el contraste resultando en alguna de las siguientes combinaciones:

$0 < DW < d_L$       Se rechaza  $H_0$ , existe autocorrelacion positiva AR(1)

$4 - d_L < DW < 4$       Se rechaza  $H_0$ , existe autocorrelacion negativa AR(1)

$d_u < DW < 4 - d_u$       *No se rechaza  $H_0$ , no existe autocorrelacion*

$d_L < DW < d_u$                       *El contraste no es concluyente*

$4 - d_u < DW < 4 - d_L$       *El contraste no es concluyente*

Cabe mencionar que el estadístico DW solo es válido cuando:

- a) Se quiere encontrar autocorrelacion de orden 1
- b) Cuando los residuos  $\hat{\mu}_t$  se distribuyen como una normal
- c) Cuando no hay variables endógenas retrasadas en el modelo
- d) Cuando existe termino constante en el modelo

Otros contrastes como h-Durbin, Test LM, Breush-Grodfrey, Test Q, se usan con especificaciones diferentes a las anteriores.

Una vez que se detecta la presencia de autocorrelación en un modelo de regresión, es importante que esta información se considerarse para realizar una predicción correcta. Además, de verificar si existe autocorrelación entre los residuos de un modelo, también se debe asegurar que la varianza de estos sea constante en el tiempo como lo muestra el siguiente supuesto de heterocedasticidad.

#### ***2.1.4 Heterocedasticidad***

##### ***Naturaleza de la heterocedasticidad***

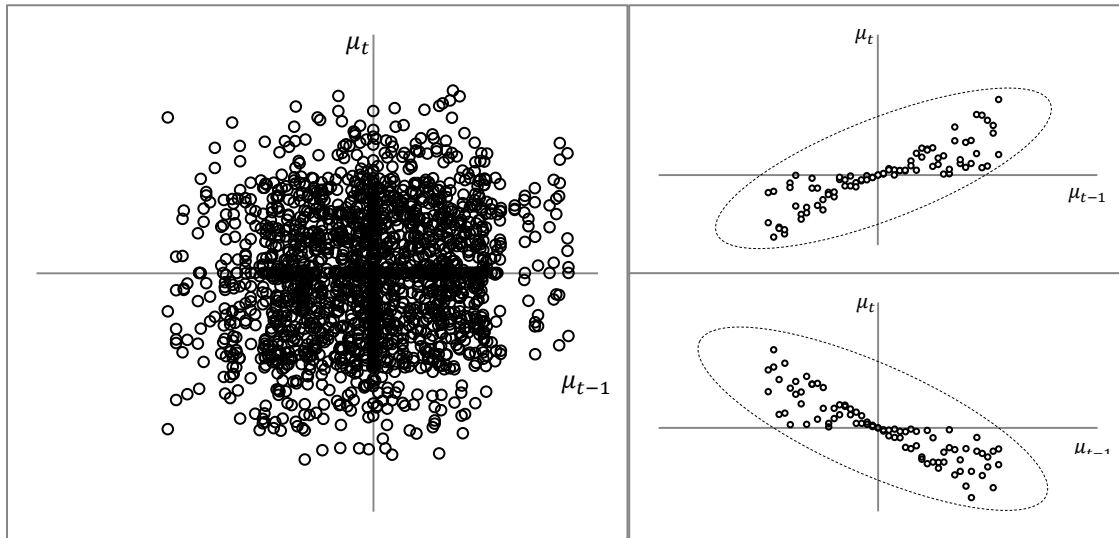
Otro supuesto importante es la homocedasticidad, refiriéndose a que debe existir una varianza igual en los residuos a lo largo de las observaciones del modelo estimado, es decir:

$$\varepsilon(\mu_i^2) = \sigma^2$$

Para observar gráficamente la homocedasticidad de un modelo de regresión, y para entender la diferencia entre homocedasticidad y heterocedasticidad, la figura 2.3 indica del lado izquierdo que la varianza de las perturbaciones permanece igual a lo largo de las observaciones del

modelo estimado, mientras que del lado derecho, se podría presentar una tendencia positiva o negativa, es decir que la varianza de las perturbaciones no permanece constante a lo largo observaciones del modelo estimado.

**Figura 2.3 Homocedasticidad vs Heterocedasticidad**



*Fuente: Elaboración propia*

Diversas razones ocasionan que la varianza de las perturbaciones no sea constante, Stefan Valavanis (1959:48) describe las siguientes:

1. Modelos de Aprendizajes de los errores: Cuando se realiza una actividad constantemente el margen de error se reduce, es decir que la varianza de las perturbaciones se reduce a medida que las observaciones aumentan.
2. Mejora de las técnicas de recolección de datos: gracias a nuevas técnicas y tecnologías, en ocasiones puede suceder que se cometan menos errores en la recolección de datos y esto, de igual manera reduciría la varianza de los errores.
3. Datos atípicos o aberrantes: Fenómenos en la economía como cambios estructurales, originan datos que sobresalen de los demás, esto se traduce en una mayor dispersión del dato atípico y un cambio en la varianza.

4. Asimetría en la distribución de una o más variables independientes incluidas en el modelo: En variables económicas como por ejemplo la riqueza es sabido que su distribución es desigual por en las sociedades por que la mayor concentración de la riqueza solo lo tienen algunos estratos superiores.

### ***Consecuencias de la heterocedasticidad***

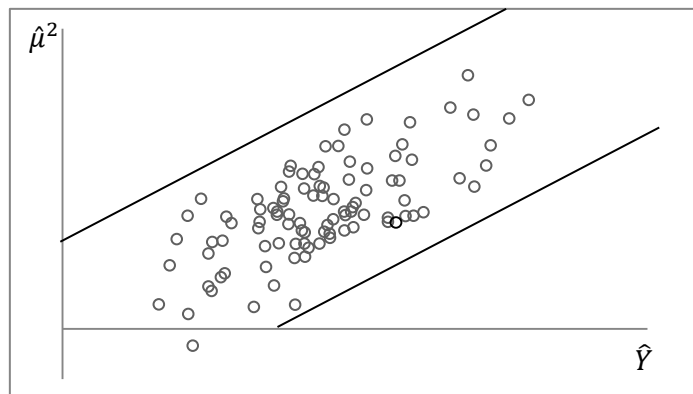
- a. Los Estimadores Mínimo Cuadráticos ya no son óptimos.
- b. Los contrastes elaborados para los estimadores ya no son válidos.
- c. Como las varianzas de las perturbaciones no son constantes, el modelo va a dar más importancias a las observaciones que tienen mayor varianza ( y viceversa)

### ***Detección de la heterocedasticidad***

Para detectar la presencia de heterocedasticidad se puede hacer uso de métodos informales basándose en gráficas y de métodos formales haciendo uso de diferentes contrastes y pruebas.

El método informal gráfico, consiste en analizar el comportamiento de las perturbaciones al cuadrado obtenidas en la regresión, se observa si la varianza de las perturbaciones se mantiene constante mientras la  $\hat{Y}$  aumenta. Lo que nos podría decir en el caso de que efectivamente aumente, es que existe un problema de heterocedasticidad como en la figura (2.4).

**Figura 2.4 Varianza de perturbaciones en función de  $\hat{Y}$**



Fuente: Elaboración propia

Pueden existir otros comportamientos como patrones exponenciales, cóncavos o convexos. Para un método formal podemos tomar como ejemplo la prueba general de heterocedasticidad de White, para realizarla se debe seguir el siguiente proceso:

Partiendo de un modelo con dos variables independientes:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \mu_i \quad (2.4)$$

Paso 1. Se estima el modelo (2.4) y se obtienen los residuos  $\mu_i$

Paso 2. Se efectúa la siguiente regresión auxiliar:

$$\hat{\mu}_i^2 = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \alpha_3 X_{1i}^2 + \alpha_4 X_{2i}^2 + \alpha_5 X_{1i} X_{2i} + \varepsilon_i \quad (2.5)$$

Paso 3. Puede demostrarse bajo la hipótesis nula de homocedasticidad que  $n$  (tamaño de la muestra) y la  $R_{auxiliar}^2$  sigue una distribución  $X_{gl}^2$  con grados de libertad ( $gl$ ) igual al número de regresoras, esto es:

$$n * R_{auxiliar}^2 \sim X_{gl}^2$$

Paso 4. Si  $n * R_{auxiliar}^2$  es mayor al valor de  $X_{gl}^2$  crítico en el nivel de confianza seleccionado, existe heterocedasticidad.

### ***2.1.5 Incumplimiento del supuesto de independencia condicional***

Este supuesto está relacionado con la independencia que debe existir entre las regresoras  $X$  y el término de perturbación  $\mu$ , es decir se requiere una covarianza cero entre ellas:

$$cov(\mu_i, X_{ki}) = 0$$

Para garantizar la independencia condicional, es necesario asegurar la exogeneidad de las variables independientes del modelo, en caso contrario se estaría incumpliendo con el supuesto, es decir, supongamos que tenemos el siguiente modelo para su ajuste:



$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \mu_i \quad (2.6)$$

Si se omite una variable  $X_3$ , esto causa que el término de error este dado por:

$$\mu_i = \beta_3 X_{3i} + v_i \quad (2.7)$$

y, a su vez  $X_2$  depende de la variable exógena  $X_3$ , entonces  $X_2$  dependerá del término de error causando una dependencia condicional.

“Las causas que originan el incumplimiento del supuesto de independencia condicional – conocido como problema de endogeneidad-; omisión de variables no observables relevantes, doble causalidad, medición errónea de variables y problemas de muestreo” (Rosales R., 2010, p. 14).

Debido a este problema, se hace uso de las variables instrumentales mediante estimaciones en dos etapas (MC2E), que recupera las propiedades estadísticas (insesgados y consistentes de los coeficientes (Rosales R., 2010, p. 14).

### ***2.1.6 Introducción al problema de endogeneidad***

En un modelo lineal general se sabe qué  $Y$ , siendo la variable dependiente o endógena, esta explicada por otras variables  $X$ , independientes o variables exógenas ¿Pero, qué pasa si a su vez, alguna o varias de las  $X$  también son explicadas por otras variables exógenas? Esto es el principio básico que causa el problema de endogeneidad.

Por lo anterior, cada una de las  $X$  de un modelo podría ser una variable endógena y por lo tanto debe estimarse su valor, en función de otras variables independientes, esto ocasiona que no sea suficiente una sola ecuación para ajustar el modelo.

### ***2.1.7 Especificación del modelo***

Otro supuesto básico del modelo lineal general, advierte que el modelo debe estar especificado de una forma correcta para evitar sesgo en los datos, Hendry y Richard (1983: 3-33) detallan los siguientes criterios que debe satisfacer un modelo para su análisis.

1. Ser adecuado para los datos
2. Ser constante con la teoría
3. Tener regresoras exógenas débiles
4. Mostrar constancia en los parámetros
5. Exhibir coherencia en los datos
6. Ser inclusivo

Se debe advertir que al especificar un modelo, existen distintos errores que provocan sesgo en los datos, por el hecho de falta de información, o en su defecto información innecesaria para el modelo deseado.

Existen diferentes tipos de errores de especificación que a continuación se describen.

### ***2.1.8 Errores de especificación***

#### ***Omisión de variables relevantes***

Si hipotéticamente sabemos que el modelo correcto es (2.6)

Pero por alguna razón (ignorancia, falta de observaciones de la variable, etc.) construimos un modelo que no incluya por ejemplo  $X_{2i}$ , al omitir una variable, y si esa variable resulta determinante para explicar a la variable independiente, en econometría se dice que “se ha omitido la variable relevante”, es decir que se ajusta una regresión corta (al omitir la variable), en lugar de estimar una regresión larga (con las variables necesarias), entonces si estimamos la ecuación (2.8) en lugar de (2.6) se tiene lo siguiente:

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \mu_{2i} \quad (2.8)$$

Por esta razón, en vez de tener un parámetro  $\beta_2$ , se tendría a  $\alpha_1$  que se relaciona con  $\beta_2$  :

$$\alpha_1 = \beta_1 + \beta_2 \frac{C(X_1, X_2)}{V(X_1)}$$

A la expresión anterior, se le conoce como regla de la variable omitida, que muestra que la pendiente de una regresión corta es una combinación lineal de pendientes de la regresión larga.

Podríamos tener consecuencias por omitir  $X_2$  en la ecuación (2.8), estas consecuencias las describen Gujarati (2010: 471).

- i. Si la variable excluida, u omitida,  $X_1$  esta correlacionada con la variable incluida  $X_2$ , es decir  $r_{12}$ , el coeficiente de correlación entre las dos variables es diferente de cero,  $\hat{\alpha}_0$  y  $\hat{\alpha}_1$  son sesgados e inconsistentes.
- ii. Aun que  $X_1$  y  $X_2$  no estén correlacionadas  $\hat{\alpha}_0$  es sesgado, pese a que  $\hat{\alpha}_1$  sea ahora insesgado.
- iii. La varianza de la perturbación  $\sigma^2$  esta correctamente insesgada
- iv. La varianza medida convencionalmente  $\hat{\alpha}_1 (= \frac{\sigma^2}{\sum X_{1i}^2})$  es un estimador sesgado de la varianza del verdadero estimador  $\hat{\beta}_1$ .
- v. En consecuencia, es probable que el intervalo de confianza usual y los procedimientos de pruebas de hipótesis conduzcan a conclusiones equivocadas sobre la significancia estadística de los parámetros estimados.
- vi. Otra consecuencia, es que los pronósticos basados en el modelo correcto y los intervalos (de confianza) del pronóstico no son confiables.

### ***Adición de variables independientes redundantes***

Ahora, por el contrario a la omisión de variables, si suponemos que el modelo correcto es (2.9)

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \mu_i \quad (2.9)$$

Y ajustamos el modelo (2.10)

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \mu_{2i} \quad (2.10)$$

Es decir, ahora estamos integrando al modelo la variable independiente  $X_{2i}$

Las consecuencias por incluir  $X_2$ , de acuerdo a Gujarati (2010:473) son:

- i. Todos los estimadores de MCO de los parámetros del modelo “incorrecto” son insesgados y consistentes, es decir,  $E(\alpha_0) = \beta_0$ ,  $E(\alpha_1) = \beta_1$  y  $E(\alpha_2) = \beta_2 = 0$ .
- ii. La varianza del error  $\sigma^2$  esta correctamente estimada
- iii. Los procedimientos usuales de intervalos de confianza y de pruebas de hipótesis conservan su validez.
- iv. Sin embargo las  $\alpha$  estimadas por lo general serán ineficientes, es decir, sus varianzas generalmente serán más grandes que las de las  $\hat{\beta}$  del verdadero modelo.

### ***Forma funcional incorrecta***

El escoger una forma funcional correcta para estimar un modelo resulta ser una tarea un tanto difícil puesto que para modelos con múltiples variables exógenas, el escoger un comportamiento específico del ajuste, es complicado de obtener.

Si retomamos el supuesto de que el modelo verdadero es (2.6), que está en una forma funcional lineal, y por alguna causa estimamos un modelo (2.11) en forma log-lineal:

$$\ln Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \alpha_2 X_{2i} + \mu_{2i} \quad (2.11)$$

Se caería en el error por forma funcional incorrecta, donde jamás podremos ajustar los datos al comportamiento real (forma funcional lineal), por el hecho de no seguir la misma continuidad que la función log lineal.

Además de la forma log-lineal existen algunas otras formas funcionales como se puede ver en la tabla 2.2.

**Tabla 2.2 Formas funcionales**

<b>Modelo</b>	<b>Ecuación</b>	<b>Pendiente = <math>\left(\frac{dY}{dX}\right)</math></b>	<b>Elasticidad = <math>\left(\frac{dY}{dX} \frac{X}{Y}\right)</math></b>
<b>Lineal</b>	$Y = \beta_1 + \beta_2 X$	$\beta_2$	$\beta_2 \left(\frac{X}{Y}\right)$
<b>Log-lineal</b>	$\ln Y = \beta_1 + \beta_2 \ln X$	$\beta_2 \left(\frac{X}{Y}\right)$	$\beta_2$
<b>Log-lin</b>	$\ln Y = \beta_1 + \beta_2 X$	$\beta_2(Y)$	$\beta_2(X)$
<b>Lin-log</b>	$Y = \beta_1 + \beta_2 \ln X$	$\beta_2 \left(\frac{1}{X}\right)$	$\beta_2 \left(\frac{1}{Y}\right)$
<b>Recíproco</b>	$Y = \beta_1 + \beta_2 \left(\frac{1}{X}\right)$	$-\beta_2 \left(\frac{1}{X^2}\right)$	$-\beta_2 \left(\frac{1}{XY}\right)$
<b>Recíproco log</b>	$\ln Y = \beta_1 - \beta_2 \left(\frac{1}{X}\right)$	$\beta_2 \left(\frac{Y}{X^2}\right)$	$\beta_2 \left(\frac{1}{X}\right)$

*Fuente: Gujarati (2010) p. 1773*

Gujarati (2010: 173-174) menciona algunas sugerencias para poder seleccionar la forma funcional correcta:

1. La teoría (por ejemplo, la curva de Phillips) tal vez sugiera una forma funcional particular.
2. Es una buena costumbre calcular la tasa de cambio (es decir, la pendiente) de la regresada respecto de la regresora, así como conocer la elasticidad de la regresada respecto de la regresora. Para los diversos modelos vistos, en la tabla (2.2) se ofrecen las fórmulas necesarias para los coeficientes de la pendiente y la elasticidad de los distintos modelos. Conocer estas fórmulas le servirá para comparar los diversos modelos.

3. Los coeficientes del modelo escogido deberán satisfacer determinadas expectativas a priori. Por ejemplo, si consideramos la demanda de automóviles como función del precio y otras variables, debemos esperar un coeficiente negativo para la variable de precio.

4. Algunas veces, más de un modelo puede ajustarse razonablemente bien a un determinado conjunto de datos. En la curva de Phillips modificada, un modelo lineal y otro recíproco se ajustaron a los datos. En ambos casos, los coeficientes resultaron adecuados para las expectativas previas y fueron estadísticamente significativos.

### ***2.1.9 Detección del problema de especificación***

#### ***Detección de adición de variables independientes redundantes***

Para detectar variables independientes que podrían estar sobre ajustando el modelo, se pueden usar los criterios de significancia individual o en conjunto; Si tenemos el modelo (2.12) con k variables:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \mu_i \quad (2.12)$$

Y, por ejemplo, no tenemos la seguridad de que  $X_2$  debe estar en el modelo, se averigua evidenciando el nivel de confianza de  $\hat{\beta}_2$  mediante una prueba de significancia individual:  $t = \hat{\beta}_2 / ee(\hat{\beta}_2)$ , formulando la siguiente hipótesis:

$$H_0: \hat{\beta}_2 = 0; \text{ No significativa}$$

$$H_1: \hat{\beta}_2 \neq 0; \text{ Significativa}$$

Usando el estadístico t para contrastar la condición de rechazo, aun nivel de confianza  $1-\alpha$ :

$$\text{Si } |t_{\text{calculada}}| > t_{\text{tablas}}, \text{ Se rechaza la hipótesis nula}$$

Por lo tanto si la  $t$  estadística obtenida de la regresión, es mayor al valor de  $t$  en la tabla  $t$  – student, con  $n - 1$  gl, se asume que  $X_2$  es significativa en el modelo y debe incluirse para su ajuste.

Para una prueba en conjunto, suponiendo que queremos saber si  $X_1$  y  $X_2$  pertenecen simultáneamente al modelo, se usa la prueba  $F$ , con la siguiente hipótesis:

$$H_0: \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2 = 0; \text{ Simultaneamente no significativas}$$

$$H_1: \hat{\beta}_1, \hat{\beta}_2 \neq 0; \text{ Simultaneamente significativas}$$

Condición de rechazo:

$$\text{Si } F_{\text{calculada}} > F_{\text{tablas}} \quad \text{Se rechaza la hipótesis Nula}$$

Se debe recordar el análisis de varianza (ANOVA)<sup>2</sup>, y su principal identidad:

$$\sum Y_i^2 = \hat{Y}_i^2 + \sum \hat{\mu}_i^2 = \hat{\beta}_1^2 \sum X_i^2 + \sum \hat{\mu}_i^2$$

Es decir  $SCT = SCE + SCR$ . La  $SCT$  tiene  $n-1$  gl por que pierde un gl en el cálculo de la media muestral. La  $SCR$  tiene  $n-k$  gl en el caso de un modelo con  $K$  variables explicativas y  $SCE$  tiene  $K-1$  gl. Siguiendo con la prueba:

Donde  $F_{\text{calculada}} = \frac{SCE/(k-1)}{SCR/n-k}$ ; Al ser  $F$  obtenida de la regresión, mayor a la  $F$  de la distribución de Fisher, se admite que  $X_1$  y  $X_2$  son simultáneamente significativas en el modelo y deben incluirse.

---

<sup>2</sup>  $SCT = SCE + SCR$  fragmenta la suma de cuadrados total ( $SCT$ ) en dos componentes: la suma de cuadrados explicada ( $SCE$ ) y la suma de cuadrados de residuos ( $SCR$ ). El estudio de estos componentes de  $SCT$  se conoce como análisis de varianza (ANOVA) desde el punto de vista de la regresión Gujarati (2010), p. 124.

## Detección de omisión de variables relevantes y forma funcional incorrecta

### 1. Examen de residuos.

La primera forma práctica para detectar si en nuestro modelo falta alguna variable relevante o su forma funcional no es correcta, es con el análisis de los residuos obtenidos del ajuste; suponiendo que el modelo verdadero es:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \beta_2 X_i^2 + \beta_3 X_i^3 + \mu_i \quad (2.13)$$

y se estima el siguiente modelo con función cuadrática:

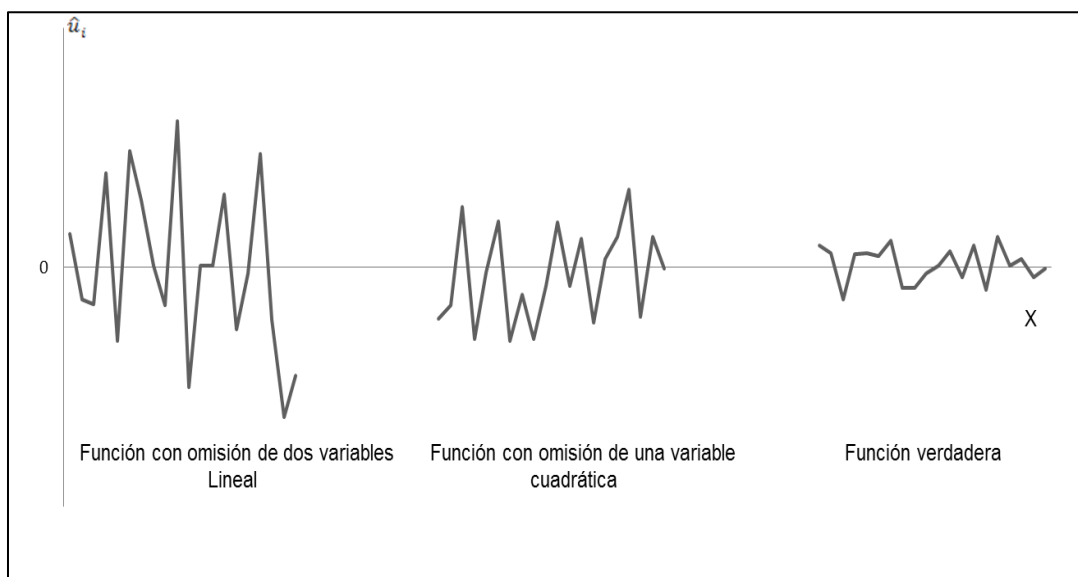
$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \alpha_2 X_i^2 + \mu_{2i} \quad (2.14)$$

o el modelo ajustado con una función lineal:

$$Y_i = \gamma_0 + \gamma_1 X_i + \mu_{3i} \quad (2.15)$$

Gráficamente los residuos tendrían patrones diferentes y a medida que se acercan al modelo verdadero su comportamiento es cada vez más homocedástico y con una media constante, observe la figura 2.5.

**Figura 2.5 Residuos obtenidos del ajuste**





## 2. Prueba de Ramsey-RESET

La prueba de error de especificación de la regresión (RESET) de Ramsey (1969). En esencia trata de averiguar si alguna forma funcional diferente al modelo original estimado, causa un  $R^2$  mayor, estadísticamente significativo; si se tiene un modelo lineal original (p. 350-371).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i \quad (2.16)$$

Para Jeffrey M. Wooldridge (2009)

El agregar cuadrados de variables explicativas significativas, suele detectar problemas de la forma funcional, pero tiene la desventaja de requerir muchos grados de libertad si en el modelo original hay muchas variables explicativas (consume tantos grados de libertad como la forma directa de la prueba de White para heterocedasticidad). Además, ciertos tipos de no linealidades omitidas no se detectarán agregando términos cuadráticos. RESET, para detectar tipos generales de especificación incorrecta de la forma funcional, agrega a la ecuación polinomios en los valores ajustados de MCO (p. 303).

Se ha demostrado que los valores cuadrados y cúbicos de los valores estimados son útiles para esta aplicación; considerando la ecuación ampliada (2.17).

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \alpha_2 \hat{Y}_i^2 + \alpha_3 \hat{Y}_i^3 + \mu_{2i} \quad (2.17)$$

Se usa la prueba F, con la siguiente hipótesis:

$$H_0: \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3 = 0; \text{ Simultaneamente no significativas}$$

$$H_1: \hat{\alpha}_2, \hat{\alpha}_3 \neq 0; \text{ Simultaneamente significativas}$$

Condición de rechazo:

$$\text{Si } F_{calculada} > F_{tablas} \quad \text{Se rechaza la hipotesis Nula}$$

$$\text{Donde } F_{\text{calculada}} = \frac{(R_{\text{original}}^2 - R_{\text{ampliada}}^2) / \text{número de nuevas regresoras}}{(1 - R_{\text{ampliada}}^2) / (n - \text{número de parámetros del modelo ampliado})}$$

Así, si  $F_{\text{calculada}}$  resulta estadísticamente significativa, se rechaza la hipótesis nula y se sugiere que el modelo presenta algún problema en la forma funcional.

### 3. Prueba de multiplicador de Lagrange (ML)

Esta prueba trabaja con dos modelos: el restringido, donde se supone que los coeficientes cuadrados y cúbicos de la variable independiente son iguales a cero, y el no restringido en el cual estos mismos coeficientes no son iguales a cero.

La prueba LM se realiza de esta forma:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i \rightarrow \text{Modelo Restringido}$$

$$Y_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \alpha_2 X_i^2 + \alpha_3 X_i^3 + \mu_{2i} \rightarrow \text{Modelo no restringido}$$

- 1) Se estima la regresión restringida mediante M.C.O. y se obtienen los residuos  $\hat{\mu}_i$ .
- 2) Si la regresión restringida, es la verdadera, los residuos obtenidos deben de estar relacionados con los términos de la variable independiente elevada al cuadrado y al cubo, en este caso  $X^2, X^3$ .
- 3) Por lo que se estima la regresión de los residuos  $\hat{\mu}_i$  en función de todas las variables explicativas, de la siguiente forma:

$$\hat{\mu}_i = \alpha_0 + \alpha_1 X_i + \alpha_2 X_i^2 + \alpha_3 X_i^3 + v_i \rightarrow \text{Regresión auxiliar}$$

- 4) Para una muestra grande de tamaño  $n$  multiplicado por  $R^2$  obtenida de la regresión auxiliar sigue una distribución ji cuadrada con grados de libertad igual al número de restricciones del modelo restringido:

$$n * R_{\text{auxiliar}}^2 \sim X^2_{(\text{número de restricciones})}$$

5) Condición de rechazo:

*Si  $n * R_{auxiliar}^2 > X_{gl}^2$  en el nivel de confianza seleccionado,  
rechazamos la regresión restringida.*

#### ***2.1.10 Criterios para la elección de modelos óptimos***

Dentro del proceso de construcción de un modelo, la selección de modelos óptimos en el análisis econométrico involucra tanto consideraciones estadísticas como no estadísticas. Esto dependerá de los objetivos del análisis y, se basa en la comparación de modelos con diferentes planteamientos y mediante el uso de medidas que deciden qué modelo parece más adecuado, aunque no existe un solo camino para elegir un modelo adecuado, frecuentemente se usan los llamados criterios predictivos (CP) y los criterios de información (CI). Los criterios de información y los predictivos permiten la comparación simultánea de un conjunto de modelos.

### ***Criterio de bondad de ajuste $R^2$***

Los criterios predictivos consideran las respuestas observadas y ajustadas para determinar qué capacidad de predicción tendrá el modelo estimado. Se presenta a continuación el Coeficiente  $R^2$ :

$$R^2 = \frac{SCE}{SCT} = 1 - \frac{SCR}{SCT}$$

Por la formula anterior,  $R^2$  debe estar entre 0 y 1. Cada vez que se acerque más a 1, el ajuste será mejor, aquí surgen algunas críticas sobre este criterio:

- $R^2$  solo mide la bondad del ajuste en la muestra dada, se sabe que tan cercano estará de su valor dentro de esta muestra, pero no se sabe con exactitud cuál es la bondad del ajuste fuera de ella.
- Para comparar diferentes  $R^2$ , es decir diferentes bondades del ajuste, es necesario que la variable dependiente o explicada siempre sea la misma.
- A medida que incrementamos el número de variables independientes  $R^2$  aumentará, pero esto no significa que se mejore el modelo, por lo que el hecho de agregar más variables exógenas para incrementar la bondad del ajuste no es suficiente.

### ***Criterio de $R^2$ ajustada***

Denotada por  $\bar{R}^2$  sanciona cuando se agregan más variables independientes, y se define como:

$$\bar{R}^2 = 1 - \frac{SCE/(n-k)}{SCT/(n-1)} = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k}$$

Siguiendo la formula  $\bar{R}^2 < R^2$ . Así  $\bar{R}^2$  es un mejor criterio para medir la bondad del ajuste, pero hay que tomar en cuenta que la variable dependiente del modelo que está siendo analizado debe ser la misma al compararla con la bondad de ajuste  $R^2$ .

El cálculo de los valores de los criterios de información (CI), corresponde a las propuestas por Akaike (1973,1974), Schwarz (1978), tanto para modelos uniecuacionales como

multiecuacionales. Estos criterios de selección de modelos miden el “ajuste” de un modelo dado.

### ***Criterio de información de Akaike (CIA)***

El criterio de Akaike impone una penalización mayor que la  $\bar{R}^2$  por variables independientes añadidas, se define como:

$$CIA = e^{2k/n} \frac{\sum \hat{\mu}_i^2}{n} = e^{2k/n} \frac{SCR}{n}$$

Algebraicamente podemos transformar la igualdad de manera que podemos expresarla como:

$$\ln CIA = \left(\frac{2k}{n}\right) + \ln\left(\frac{SCR}{n}\right)$$

Al comparar modelos se prefiere aquel que tenga menos valor en CIA. La ventaja de este criterio es que ahora nos permitirá una mejor predicción fuera de la muestra de un modelo de regresión.

### ***Criterio de información de Schwarz (CIS)***

El criterio de Schwarz de igual manera impone una penalización por variables añadidas, pero mayor al criterio de CIA, se define como:

$$CIS = n^{k/n} \frac{\sum \hat{\mu}_i^2}{n} = n^{k/n} \frac{SCR}{n}$$

Expresada en forma logarítmica:

$$\ln CIS = \frac{k}{n} \ln(n) + \ln \frac{SCR}{n}$$

Al igual que CIA, mientras menor sea el valor de CIS, mejor será el modelo, CIS sirve para comparar un mejor pronóstico dentro y fuera de la muestra.

## 2.2 Causas y consecuencias de la endogeneidad

Retomando el principio básico del problema de endogeneidad, se debe garantizar que cada una de las variables independientes sean exógenas para no violar el supuesto de independencia condicional y obtener los mejores estimadores insesgados y consistentes con M.C.O. Según (Rosales R., 2010:27), Las causas de la endogeneidad son: i) Variable omitida; ii) Simultaneidad; iii) Error de especificación de las variables independientes; y iv) Sesgo de selección. A continuación se describen cada una de ellas.

### 2.2.1 Variable omitida

El omitir una variable causa que el término de perturbación, además de los errores de la regresión, contenga aquella variable omitida. De una ecuación con  $k$  variables:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \dots + \beta_k X_{ki} + \mu_i \quad (2.18)$$

Si suponemos que se omite  $X_k$ , el término de perturbación será:

$$\mu_i = \beta_k X_{ki} + v_i \quad (2.19)$$

Para que exista el problema de endogeneidad se necesita que adicionalmente esta variable  $X_k$  este relacionada con alguna de las variables no excluidas del modelo. Al analizar un modelo de dos variables independientes ( $k = 2$ ) donde se excluye a  $X_2$  y a su vez esta correlacionada con  $X_1$ , analíticamente sucede lo siguiente:

$$\begin{aligned} Y_i &= \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \mu_i \\ X_{2i} &= \alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \mu_{2i} \\ \mu_i &= \beta_2 (\alpha_0 + \alpha_1 X_{1i} + \mu_{2i}) + v_i \\ \mu_i &= \beta_2 \alpha_0 + \beta_2 \alpha_1 X_{1i} + \beta_2 \mu_{2i} + v_i \\ \therefore Y_i &= \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 \alpha_0 + \beta_2 \alpha_1 X_{1i} + \beta_2 \mu_{2i} + v_i \\ Y_i &= \underbrace{(\beta_0 + \beta_2 \alpha_0)}_{\beta_0^*} \pm \underbrace{(\beta_1 + \beta_2 \alpha_1)}_{\beta_1^*} (X_{1i}) \pm \underbrace{(\beta_2 \mu_{2i} + v_i)}_{v_i^*} \end{aligned} \quad (2.20)$$

En la expresión general de sesgos (2.20), se observa que la dirección del sesgo está determinada por los signos de  $\beta_2\alpha_1$  y  $\beta_2\mu_{2i}$  (sesgos) y el intercepto  $\beta_0$  también está sesgado.

### **2.2.2 Simultaneidad**

La simultaneidad, la segunda causa de la endogeneidad, ocurre cuando se plantea un modelo con variables dependientes usadas como independientes, de esta forma las variables independientes estarán relacionadas entre sí, y el modelo original se convertiría en aleatorio, pues como ya se demostró antes, se viola el supuesto de independencia condicional.

Esto ocasiona diferentes causalidades, en diferentes direcciones, pero si se desea aislar una única dirección de causalidad, se debe restablecer un modelo utilizando sistemas de ecuaciones y lograr encontrar diferentes relaciones que al final ligen a los valores de todas las variables.

### **2.2.3 Error de medición en las variables independientes**

Este error es consecuencia de una mala recolección de datos o captura de ellos, por ejemplo en encuestas o en la alteración de la información; si se incurre en alguna de estas acciones, la variable independiente en cuestión contendrá los errores de medición, provocando sesgo, suponiendo que en la ecuación (2.21)  $X_2$  tiene un error de medición:

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i}^* + \mu_i \quad (2.21)$$

$$X_{2i}^* = X_{2i} + v_i$$

$$\therefore Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \underbrace{(\beta_2 v_i + \mu_i)}_{\mu_i^*} \quad (2.22)$$

Dada la relación en (2.22) con  $\mu_i^*$  se puede evidenciar la endogeneidad de  $X_2$ .

### **2.2.4 Sesgo de selección**

El sesgo de selección de igual manera conlleva a una endogeneidad, ocasionando que los estimadores sean sesgados e inconsistentes. Esto ocurre cuando los datos de las variables

independientes no son aleatorios, por ejemplo en una encuesta podría ser por una mala recolección de los datos o una autoselección por parte de los entrevistadores.

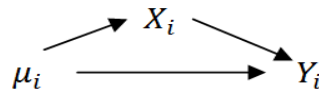
En otras palabras, en el ejemplo de la encuesta, la selección de los datos no es cierta por lo que no se acercaría a la realidad dentro y fuera de la muestra.

### 2.3 Variables instrumentales

Si en un modelo existen errores, por ejemplo, por omisión de variable como en la ecuación (2.23).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i \quad (2.23)$$

El estimador  $\beta_1$  es sesgado e inconsistente como ya se demostró anteriormente por estar relacionada con el término de error aleatorio  $\mu_i$ , por lo que  $E(X_i, \mu_i) \neq 0$



Cabrer B. (2015) señala que cuando  $X_1$  y  $\mu_i$  están correlacionadas, y es preciso obtener estimadores  $\beta_0$  y  $\beta_1$  consistentes, es necesario obtener información complementaria que ayude a esta causa. Esta información adicional la pueden otorgar variables instrumentales (p.13).

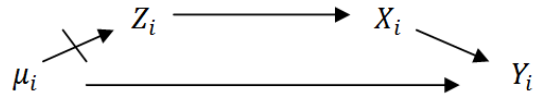
Las variables instrumentales son una alternativa a la estimación de modelos con endogeneidad en alguna de las variables independientes, el instrumento ( $Z_i$ ) de la variable endógena no debe estar relacionado con la perturbación aleatoria pero si debe estar correlacionada con esta regresora del modelo, es decir, la idea de usar variables instrumentales es encontrar variables  $Z_i$  que cumplan con lo siguiente:

$$E(Z_i, \mu_i) = 0$$

$$E(Z_i, X_i) \neq 0$$



Buscando un conjunto de variables  $Z_i$  que estén muy relacionadas con  $X_i$  y no exista relación lineal entre  $Z_i$  y  $\mu_i$ .



Como ejemplo, para obtener el estimador por variables instrumentales partiremos de la ecuación (2.24).

$$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \mu_i \quad (2.24)$$

O escrita

$$(Y_i - \bar{Y}) = \beta_1 (X_i - \bar{X}) + (\mu_i - \bar{\mu})$$

Multiplicando ambos lados de la ecuación por  $(Z_i - \bar{Z})$  y aplicando el operador esperanza,

$$(Y_i - \bar{Y})(Z_i - \bar{Z}) = \beta_1 (X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z}) + (\mu_i - \bar{\mu})(Z_i - \bar{Z})$$

$$E[(Y_i - \bar{Y})(Z_i - \bar{Z})] = \beta_1 E[(X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z})] + E[(\mu_i - \bar{\mu})(Z_i - \bar{Z})]$$

Aplicando las condiciones que debe cumplir  $Z_i$ ,

$$E[(Y_i - \bar{Y})(Z_i - \bar{Z})] = \beta_1 E[(X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z})]$$

Operando

$$\beta_1 = \frac{E[(Y_i - \bar{Y})(Z_i - \bar{Z})]}{E[(X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z})]}$$

El estimador por variables instrumentales es:

$$\hat{\beta}_1 = \frac{\sum[(Y_i - \bar{Y})(Z_i - \bar{Z})]}{\sum[(X_i - \bar{X})(Z_i - \bar{Z})]}$$

En este caso el estimador por variables instrumentales  $\hat{\beta}_1$  puede ser interpretado como el estimador de MCO, a medida que la correlación entre la variable independiente X y la variable instrumental Z sea mayor, entonces el estimador por variables instrumentales obtenido con el “mejor instrumento” será más preciso. Esto funciona cuando el supuesto de exogeneidad de las variables independientes X es cierto.

Es importante resaltar que el estimador por VI no es un estimador insesgado, esto implica que en muestras pequeñas el sesgo puede ser importante, lo que hace preferir muestras grandes cuando se utiliza esta técnica.

## ***2.4 Detección de endogeneidad***

Si existe endogeneidad en las variables independientes del modelo, los estimadores por MCO son inconsistentes y sesgados y, se deberán encontrar alternativas diferentes a la estimación por MCO, como se verá en el siguiente capítulo existen diferentes alternativas para poder estimar un modelo con problemas de endogeneidad en las regresoras. Pero es importante averiguar si es verdad que existe el problema de endogeneidad, para tal propósito se utiliza la prueba de endogeneidad de Hausman.

### ***2.4.1 Prueba de Hausman***

Cabrer B. (2015) explica a prueba de endogeneidad de Hausman que trata de verificar si se cumple la hipótesis básica  $E(X', \mu) = 0$ .

Se considera el modelo de ecuaciones (2.1)

$$(2.1) \quad \begin{cases} Y_{1i} = \gamma_{12}Y_{2i} + \beta_{10} + \beta_{11}X_{1i} + \mu_i & (1) \\ Y_{2i} = \gamma_{21}Y_{1i} + \beta_{20} + \beta_{22}X_{2i} + \mu_{2i} & (2) \end{cases}$$

Si por ejemplo, se sospecha de simultaneidad o endogeneidad de  $Y_{2i}$  en la ecuación (1) del sistema (2.1):

- 1) Se estima la ecuación auxiliar (2.25) de forma reducida por M.C.O. donde la variable independiente será aquella de la que se sospeche endogeneidad, en este caso  $Y_{2i}$ , y se incluyen como regresoras a todas las variables exógenas de un Modelo de Ecuaciones.

$$Y_{2i} = \pi_{20} + \pi_{21}X_{1i} + \pi_{22}X_{2i} + v_{2i} \quad (2.25)$$

y se obtienen los valores de  $\hat{v}_{2i}$

- 2) Se estima por M.C.O. la siguiente ecuación:

$$Y_{1i} = \gamma_{12}Y_{2i} + \beta_{10} + \beta_{11}X_{1i} + \lambda\hat{v}_{2i} + \mu_i \quad (2.26)$$

- 3) Por último se contrasta la siguiente hipótesis:

$$H_0: \lambda = 0; \text{ Exogeneidad}$$

$$H_1: \lambda \neq 0; \text{ existe Endogeneidad}$$

$$Prob\left(-t_{\alpha/2} \leq \frac{\hat{\lambda} - \lambda}{S_{\hat{\lambda}}} \leq t_{\alpha/2}\right) = 1 - \alpha$$

Si se cumple esta desigualdad de probabilidad con un nivel de confianza de  $1 - \alpha$ , se acepta la hipótesis nula.

## 2.4.2 Prueba de Causalidad de Granger

### *Causalidad*

La causalidad es la relación que existe entre variables, donde una o varias de ellas sirven para predecir el comportamiento de otra. Existen dos tipos diferentes de causalidad: causalidad unidireccional y causalidad bidireccional, además se puede presentar el caso de independencia, donde las variables no tienen ninguna relación entre ellas, Cabrer B. (2015).

$$\text{Causalidad Unidireccional} \begin{cases} X \rightarrow Y \\ \text{ó} \\ Y \rightarrow X \end{cases}$$

$$\text{Causalidad Bidireccional} \{X \leftrightarrow Y\}$$

$$\text{Independencia} \{X \nleftrightarrow Y\}$$

Para ejemplificar los anterior, si se tienen dos series temporales  $X, Y$  se debe comparar si el comportamiento pasado y presente de alguna de estas series por ejemplo  $X$ , predice el comportamiento de la serie  $Y$  o viceversa. Usando los retardos de las series y combinándolas se pueden obtener las siguientes ecuaciones:

$$Y_t = \gamma_1 Y_{t-1} + \gamma_2 Y_{t-2} + \gamma_3 Y_{t-3} + \dots + \beta_1 X_{t-1} + \beta_2 X_{t-2} + \beta_3 X_{t-3} \dots + \mu_t \quad (2.27)$$

$$X_t = \delta_1 Y_{t-1} + \delta_2 Y_{t-2} + \delta_3 Y_{t-3} + \dots + \alpha_1 X_{t-1} + \alpha_2 X_{t-2} + \alpha_3 X_{t-3} \dots + \mu_{2t} \quad (2.28)$$

La tabla 2.3 muestra las hipótesis a comparar, para saber qué tipo de causalidad existe entre dos variables.

**Tabla 2.3 Causalidad**

Causalidad	Condición	Descripción
Unidireccional $X \rightarrow Y$	$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_K \neq 0$ $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_K = 0$	$X$ causa a $Y$ , pero $Y$ no causa a $X$
Unidireccional $Y \rightarrow X$	$\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_K \neq 0$ $\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_K = 0$	$Y$ causa a $X$ , pero $X$ no causa a $Y$
Bidireccional $X \leftrightarrow Y$	$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_K \neq 0$ $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_K \neq 0$	$X$ causa a $Y$ , al mismo tiempo $Y$ causa a $X$
Independencia $X \nleftrightarrow Y$	$\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_K = 0$ $\delta_1, \delta_2, \delta_3, \dots, \delta_K = 0$	Ninguna se causa, es decir son independientes

Fuente: Elaboración propia en base en el cuadro de Cabrer B. (2015).

### ***Prueba de Granger***

Para identificar qué tipo de causalidad existe entre diferentes variables. Granger (1969) desarrolló este test, suponiendo que en la ecuación (2.27) se quiere saber si  $X$  causa a  $Y$ , se realizan los siguientes pasos:

- 1) Se estima la ecuación (2.27) por MCO, siendo el modelo sin restricciones (SR):  
y se obtiene la suma cuadrada de los residuos  $SCR_{SR} = \sum \mu_t^2$
- 2) De igual manera por M.C.O. el modelo con restricción(CR):

$$Y_t = \gamma_1 Y_{t-1} + \gamma_2 Y_{t-2} + \gamma_3 Y_{t-3} + \dots + \mu_{2t} \quad (2.29)$$

y se obtiene la suma cuadrada de los residuos  $SCR_{CR} = \sum \mu_{2t}^2$

3) Para contrastar la hipótesis:

$H_0: \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_K = 0$ ; *No hay causalidad de X sobre Y*

$H_1: \beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_K \neq 0$ ; *Hay causalidad de X sobre Y*

con ayuda de la prueba F-Snedecor:

$$F = \frac{\frac{SCR_{CR} - SCR_{SR}}{m}}{\frac{SCR_{SR}}{n - k}}$$

Dónde:

$m =$  *Número de restricciones (retardos utilizados en X)*

$n =$  *Numero de observaciones*

$k =$  *Numero de parametros totales (retardos utilizados en X y Y)*

La desigualdad de probabilidad es:

$$Prob(F_{m,n-k} \leq F_{m,n-k}^{Tabla}) = 1 - \alpha$$

Si se cumple esta desigualdad se acepta la hipótesis nula, en caso contrario existe una causalidad de X sobre Y

Del mismo modo se puede saber si Y causa a X, si existe una causalidad bidireccional o si existe independencia entre ambas variables.

Ésta prueba es importante porque permite demostrar estadísticamente si las variables que se han planteado como independientes de verdad causan o explican a la variable dependiente,

esto puede dar pauta a demostrar las teorías económicas o encontrar nuevas causalidades para nuevos planteamientos teóricos que puedan ser demostrados empíricamente.

## ***2.5 Prueba de Sargan para ecuaciones sobreidentificadas***

Al usar variables instrumentales para estimar los parámetros, se debe comprobar si estos instrumentos no están relacionados con el término de error, con este fin Sargan (1958) desarrolló el estadístico SARG que se realiza en las siguientes etapas:

- 1) Se separan las variables K exogenas no relacionadas con el término de error de las variables g que tienen relación con las perturbaciones.

$$(X_{1t}, X_{2t}, X_{3t}, \dots, X_{kt}; Y_{1t}, Y_{2t}, Y_{3t}, \dots, Y_{gt})$$

- 2) El número de instrumentos S a utilizar debe ser mayor al número de variables relacionadas con el termino de error g.

$$S > g$$

La ecuación debe estar sobreidentificada.

- 3) Se estima el modelo mediante VI y se obtiene el termino de error estimado  $\hat{V}_t$
- 4) Se estima una ecuación auxiliar donde  $\hat{V}_t$  esta en función de las variables exógenas y los instrumentos.

$$\hat{V}_t = \beta_0 + \beta_1 X_{1t} + \beta_2 X_{2t} + \dots + \beta_k X_{kt} + \gamma_1 Z_{1t} + \gamma_2 Z_{2t} + \dots + \gamma_k XZ_{St} + \varepsilon_t \quad (2.29)$$

y se obtiene de esta ecuación  $R_{auxiliar}^2$

- 5) Sargan formulo el estadístico de la siguiente forma:

$$SARG = T - h * R_{auxiliar}^2 \sim X_{S-g}^2$$

Dónde:

$T = \text{Observaciones}$

$h = \text{Número de coeficientes originales } g + k + 1$

$S = \text{Número total de instrumentos}$

$g = \text{Número de variables sospechosas de endogeneidad}$

$k = \text{Número de variables exógenas}$

6) Se contrasta la hipótesis:

$H_0: \text{Todos los instrumentos son exógenas}$

$H_1: \text{Al menos un instrumento es engógeno}$

Desigualdad probabilística:

$$\text{Prob}(SARG \leq X_{S-g}^2) = 1 - \alpha$$

Si se cumple la desigualdad se acepta la hipótesis nula.

En el capítulo 2 se presentaron los supuestos de un modelo clásico de regresión lineal, se describieron los principales problemas de estimación como la multicolinealidad, la autocorrelación, la heterocedasticidad y los errores de especificación, la forma en que se detectan estos problemas, sus consecuencias y sus posibles soluciones. Además se detallaron los criterios para la selección de modelos óptimos: Bondad de ajuste, Criterio de información de Akaike y el criterio de información de Schwarz.

Las causas y consecuencias de la endogeneidad forman parte importante de este capítulo así como la simultaneidad que es parte fundamental de la presente investigación, las diferentes pruebas de detección como la prueba de Hausman para detectar la endogeneidad, la prueba de causalidad de Granger y la prueba de Sargan para ecuaciones sobreidentificadas.

En general, este segundo capítulo sirve para dar una introducción a la técnica econométrica necesaria para obtener resultados cuantitativos de cualquier análisis económico de interés, en



el caso de la presente investigación, la econometría y las bases econométricas planteadas en este capítulo son parte fundamental de la metodología que se usara para la estimación del modelo propuesto en el cuarto capítulo.

## CAPÍTULO 3. MODELOS ECONOMETRÍCOS DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS Y DATOS DE PANEL

### 3.1 Temas Fundamentales de los modelos de ecuaciones simultáneas

En los modelos econométricos de una sola ecuación, únicamente se trata de estimar el valor de una variable explicada  $Y$  en función de una o más variables explicativas  $X$  con valores fijos y un término de perturbación aleatorio independiente de las  $X$ , esto último es uno de los supuestos básicos, es decir  $\text{cov}(\mu_i, X_{ki}) = 0$ . El problema objeto de esta investigación surge cuando dicho supuesto no se cumple a causa de la endogeneidad o también conocida como simultaneidad entre las variables de un modelo, de esta forma puede existir una bicausalidad entre  $Y$  y las  $X$  de la regresión.

#### 3.1.1 Endogeneidad y Causalidad

Para ilustrar de mejor forma la endogeneidad haremos uso del modelo Keynesiano simple de determinación del ingreso.

$$\text{Funcion del consumo} \quad C_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + u_t \quad 0 < \beta_1 < 1 \quad (3.1)$$

$$\text{Identidad del ingreso} \quad Y_t = C_t + I_t \quad (3.2)$$

Dónde:

$C$  = Gasto del consumo

$Y$  = Ingreso

$I$  = Inversión

$S$  = Ahorro

$t$  = Tiempo

$u$  = Termino de perturbación aleatorio

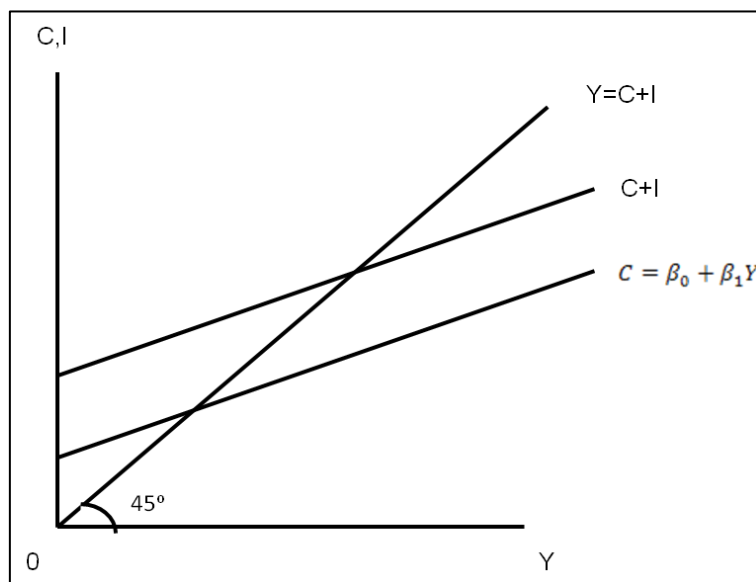
$\beta_0$  y  $\beta_1$  = Parametros

El parámetro  $\beta_1$  en (3.1) de acuerdo con la teoría económica, se conoce como, la propensión marginal a consumir, así, existe un consumo extra como resultado de una unidad extra en el ingreso.

La ecuación (3.1) es la función del consumo (en este caso estocástica) y la ecuación (3.2) es la identidad del ingreso nacional donde el ingreso total es igual al consumo total más la inversión o ahorro total.

Es claro que existe una interdependencia o simultaneidad entre C y Y puesto que si existe algún movimiento en el término de perturbación  $u_t$ , a causa de diferentes acontecimientos, la función de consumo C también se moverá, como puede verse en la figura 3.1 y a su vez afectará a Y, esto causa que los estimadores obtenidos por el método de M.C.O. sean inconsistentes y sesgados por lo que no son aplicables, de esta forma se tendría que usar un sistema de ecuaciones simultaneas donde el número de ecuaciones será el número de ecuaciones endógenas en el sistema.

**Figura 3.1 Simultaneidad, modelo Keynesiano simple de determinación del ingreso**



*Fuente: Gujarati (2010) p. 676*

### *Sesgo e inconsistencia de los estimadores por M.C.O.*

Teniendo en cuenta lo planteado anteriormente donde los estimadores por M.C.O. resultan ser inconsistentes, al existir una correlación entre las variables explicativas y el término estocástico y, de nuevo teniendo como ejemplo el modelo Keynesiano simple de determinación del ingreso, suponiendo que se desea obtener los estimadores de la ecuación (3.1) además de tener en cuenta los principales supuestos de MCRL:

$$\begin{aligned}E(\mu_t) &= 0 \\E(\mu_t^2) &= \sigma^2 \\E(\mu_t, \mu_{t+j}) &= 0 \\cov(\mu_t, I_t) &= 0\end{aligned}$$

Gujarati (2010:680) primero demuestra que  $Y_t$  y  $u_t$  en la ecuación (3.1) están correlacionados y luego se prueba que  $\hat{\beta}_1$  es un estimador inconsistente de  $\beta_1$ .

Para demostrar que  $Y_t$  esta correlacionado con  $u_t$  primero se sustituye (3.1) en (3.2) para obtener

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 Y_t + u_t + I_t \quad (3.3)$$

despejando el valor de  $Y_t$ ,

$$Y_t = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1} + \frac{1}{1 - \beta_1} I_t + \frac{1}{1 - \beta_1} u_t \quad (3.4)$$

Si  $E(u_t) = 0$ ,

$$E(Y_t) = \frac{\beta_0}{1 - \beta_1} + \frac{1}{1 - \beta_1} I_t \quad (3.5)$$

Como  $I_t$  es exógeno es decir tiene valores fijos, su valor esperado es  $I_t$ .

Al restar (3.5) de (3.4), tenemos

$$Y_t - E(Y_t) = \frac{u_t}{1 - \beta_1} \quad (3.6)$$

Además,

$$u_t - E(u_t) = u_t \quad (3.7)$$

de donde

$$\begin{aligned} cov(Y_t, u_t) &= E[Y_t - E(Y_t)][u_t - E(u_t)] \\ &= \frac{E(\mu_t^2)}{1 - \beta_1} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$= \frac{\sigma^2}{1 - \beta_1} \quad (3.9)$$

La covarianza entre  $Y_t$  y  $u_t$  en (3.8) tiende a ser diferente de cero. Como resultado se espera que  $Y_t$  y  $u_t$  en (3.1) estén correlacionadas, lo cual viola el supuesto del modelo clásico de regresión lineal respecto a que las perturbaciones no están correlacionadas con las variables explicativas.

Después, para comprobar que el estimador  $\hat{\beta}_1$  por M.C.O. es inconsistente debido a esta correlación entre  $Y_t$  y  $u_t$  se realiza lo siguiente:

$$\begin{aligned} \hat{\beta}_1 &= \frac{\sum(C_t - \bar{C})(Y_t - \bar{Y})}{\sum(Y_t - \bar{Y})^2} \\ &= \frac{\sum c_t y_t}{\sum y_t^2} \quad (3.10) \\ &= \frac{\sum C_t y_t}{\sum y_t^2} \end{aligned}$$

donde las letras minúsculas indican las desviaciones de la media (muestras). Al sustituir por  $C_t$  de (3.1), se obtiene

$$\begin{aligned}\hat{\beta}_1 &= \frac{\sum(\beta_0 + \beta_1 Y_t + u_t)y_t}{\sum y_t^2} \\ &= \beta_1 + \frac{\sum y_t u_t}{\sum y_t^2} \quad (3.11)\end{aligned}$$

Donde, se aprovechó que  $\sum y_t = 0$  y  $\sum Y_t y_t / \sum y_t^2 = 1$ .

Si tomamos el valor esperado de (3.11) en ambos lados, obtenemos:

$$E(\hat{\beta}_1) = \beta_1 + E\left[\frac{\sum y_t u_t}{\sum y_t^2}\right] \quad (3.12)$$

En (3.12) no se puede evaluar  $E[\sum y_t u_t / \sum y_t^2]$  porque el operador de valor esperado es un operador lineal y al menos que el termino anterior sea igual a cero,  $\hat{\beta}_1$  será un estimador sesgado de  $\beta_1$ .

Gujarati (2010:681) explica que la  $cov(Y_t, u_t)$  es un concepto poblacional, que no equivale exactamente  $\sum y_t u_t$ , que es una medición muestral, aunque, a medida que el tamaño de la muestra aumenta indefinidamente, el último tenderá hacia el primero. Pero si el tamaño de la muestra aumenta indefinidamente, entonces podemos recurrir al concepto de estimador consistente y averiguar qué sucede con  $\hat{\beta}_1$  a medida que  $n$ , el tamaño de la muestra, aumenta indefinidamente. En resumen, cuando no podemos evaluar explícitamente el valor esperado de un estimador, como ocurrió en (3.12), podemos centrar la atención hacia su comportamiento en una muestra grande.

Por otro lado un estimador es consistente si el límite de su probabilidad o *plim* llega a ser igual a su valor poblacional. Como se espera que los estimadores por M.C.O. sean inconsistentes su *plim* no será igual a su valor poblacional, por lo que de la ecuación (3.11) tenemos aplicando las reglas de límite de probabilidad.

$$\begin{aligned}
plim(\hat{\beta}_1) &= plim(\beta_1) + plim\left(\frac{\sum y_t u_t}{\sum y_t^2}\right) \\
&= plim(\beta_1) + plim\left(\frac{\sum y_t u_t/n}{\sum y_t^2/n}\right) \\
&= \beta_1 + plim\left(\frac{\sum y_t u_t/n}{\sum y_t^2/n}\right) \quad (3.13)
\end{aligned}$$

En el segundo paso dividimos  $\sum y_t u_t$  y  $\sum y_t^2$  entre  $n$  que es el número de observaciones de la muestra, por lo que ahora estas cantidades son la covarianza muestral de  $y$  y  $u$  y la varianza muestral de  $y$ .

La ecuación (3.13) nos dice que el límite de la probabilidad de  $\hat{\beta}_1$  es igual al verdadero valor poblacional más el plim de la covarianza muestral de  $y$  y  $u$  entre la varianza muestral de  $y$ . Se espera que a medida que crezca la covarianza muestral de  $y$  y  $u$  se acerque a su valor poblacional, la cual recordando que (3.8) es igual a  $\sigma^2/1 - \beta_1$ , de igual forma se espera que la varianza muestral de  $y$  se haga que a su verdadero valor poblacional  $\sigma_y^2$  consecuentemente (3.13) se escribe:

$$\begin{aligned}
plim(\hat{\beta}_1) &= \beta_1 + \frac{\sigma^2/1 - \beta_1}{\sigma_y^2} \\
&= \beta_1 + \frac{1}{1 - \beta_1} \left(\frac{\sigma^2}{\sigma_y^2}\right) \quad (3.14)
\end{aligned}$$

En (3.14)  $0 < \beta_1 < 1$  y  $\sigma^2$ , y  $\sigma_y^2$  son positivas, el  $plim(\hat{\beta}_1)$  siempre será mayor que  $\beta_1$ , por lo que sin importar el tamaño de  $n$ ,  $\hat{\beta}_1$  sobreestimara el valor de  $\beta_1$ , comprobando que es inconsistente.

### ***3.1.2 La exogeneidad y la cointegración.***

Un punto importante en la econometría y que está dentro del proceso de reducción de la modelización es la exogeneidad, con la cual se garantiza estadísticamente que las variables

seleccionadas como independientes en un modelo, uniecuacional o multiecuacional, son realmente exógenas y que claro, tienen una base teórica firme y congruente.

En primera instancia, con ayuda de la teoría, se asignan las variables que se presumen son exógenas en el modelo y en un segundo esfuerzo se probará empíricamente que esta asignación ha sido correcta, siendo ahora un asunto que dependerá de la estructura y las características de los datos.

Debido a que la mayoría de las series económicas tienen tendencia temporal, es habitual realizar regresiones de una variable con raíz unitaria o no estacionaria sobre otra variable con raíz unitaria, ocasionando una regresión espuria o falsa.

Si se sometieran individualmente las dos variables a una prueba de raíz unitaria se podría encontrar que las dos son integradas de orden uno  $I(1)$ , en otras palabras contienen una tendencia estocástica y se necesita realizar la diferenciación de los datos para convertirlas en estacionarias. Es usual que las tendencias de las variables sean comunes y esto podría ocasionar una regresión no espuria.

La cointegración se encarga de verificar estadísticamente la relación a largo plazo o de equilibrio entre dos variables comprobando que las premisas económicas se cumplen. Se dice que dos variables están cointegradas cuando al realizar la combinación lineal de las dos variables no estacionarias se obtienen residuos estacionarios o  $I(0)$ . Se observa el concepto a partir de la siguiente ecuación:

$$Y_t = \beta_0 + \beta_1 X_t + u_t \quad (3.15)$$

se puede expresar a (3.15) como:

$$u_t = Y_t - \beta_0 - \beta_1 X_t \quad (3.16)$$

Si se demuestra mediante una prueba de raíz unitaria que  $u_t$  es estacionaria o integrada de orden cero  $I(0)$  se dice que las dos series están cointegradas, de tal forma que la combinación lineal anula la tendencia estocástica de las dos series con raíz unitaria.





donde

$Y_1, Y_2, Y_3, \dots, Y_M = M$  variables endógenas del modelo.

$X_1, X_2, X_3, \dots, X_K = K$  variables predeterminadas  
(exógenas, exógenas desfasadas y endógenas desfasadas) del modelo.

$u_1, u_2, u_3, \dots, u_M = M$  variables aleatorias o perturbaciones aleatorias.

$t = 1, 2, 3, \dots$

$T =$  número de observaciones de la muestra.

$\beta =$  coeficientes de las variables endógenas.

$\gamma =$  coeficientes de las variables predeterminadas.

En el sistema (3.18) se puede observar que existen dos tipos de variables: endógenas que se consideran estocásticas; y las predeterminadas cuyos valores son fijos no estocásticos, además de las perturbaciones aleatorias de cada ecuación.

Se debe mencionar que existen tres categorías de variables predeterminadas: exógenas, exógenas rezagadas y endógenas rezagadas. De tal forma que  $X_{1t}$  es una variable exógena cuyo valor se encuentra en el tiempo presente  $t$ ,  $X_{1(t-1)}$  una variable exógena rezagada cuyo valor se conoce de periodos atrás, en este caso un periodo rezagado  $(t - 1)$  y  $Y_{1(t-1)}$  una variable endógena rezagada donde su valor se conoce en el tiempo actual  $t$  y por lo tanto se considera predeterminada y no estocástica.

Es necesario hacer una buena asignación de las variables al plantear el modelo justificado por la teoría económica, sin embargo lo que le compete a la econometría es que esto se cumpla estadísticamente, más adelante se aporta una prueba de exogeneidad.

Como se ha mencionado antes (3.18) se conoce como “*forma estructural del modelo de ecuaciones simultáneas, donde las ecuaciones y parámetros son denominados estructurales*” (Rosales, 2010, p.67). Por otra parte, existe una forma adicional para representar el problema

de simultaneidad donde las variables endógenas se constituyen únicamente en función de las exógenas, parámetros estructurales y errores estocásticos; representación conocida como *forma reducida* (Wooldridge, 2009, p. 524).

“Una ecuación en forma reducida es aquella que expresa únicamente una variable endógena en términos de las variables predeterminadas y las perturbaciones estocásticas” (Gujarati, 2010, p. 690).

Suponiendo que tenemos el siguiente modelo en su forma estructural (para una mejor ilustración se espacian las variables ausentes de cada ecuación):

$$(3.19) \begin{cases} Y_{1t} = & \beta_{12}Y_{2t} + \gamma_{11}X_{1t} & + u_{1t} & (3.19.1) \\ Y_{2t} = \beta_{21}Y_{1t} & & + \gamma_{22}X_{2t} + u_{2t} & (3.19.2) \end{cases}$$

En el modelo (3.19)

$Y_1, Y_2,$  = variables endógenas del modelo.

$X_1, X_2$  variables predeterminadas (exógenas)

$u_1, u_2$  = variables aleatorias o perturbaciones aleatorias

Algebraicamente sustituyendo a  $Y_{2t}$  de (3.19.2) en (3.19.1) y operando se obtienen los estimadores en su forma reducida, del siguiente modo:

$$Y_{1t} = \beta_{12}(\beta_{21}Y_{1t} + \gamma_{22}X_{2t} + u_{2t}) + \gamma_{11}X_{1t} + u_{1t} \quad (3.19.3)$$

$$Y_{1t} = \beta_{12}\beta_{21}Y_{1t} + \beta_{12}\gamma_{22}X_{2t} + \beta_{12}u_{2t} + \gamma_{11}X_{1t} + u_{1t} \quad (3.19.4)$$

despejando el valor de  $Y_{1t}$

$$Y_{1t} = \frac{\gamma_{11}}{(1 - \beta_{12}\beta_{21})}X_{1t} + \frac{\beta_{12}\gamma_{22}}{(1 - \beta_{12}\beta_{21})}X_{2t} + \frac{X_{2t} + u_{1t}}{(1 - \beta_{12}\beta_{21})} \quad (3.19.5)$$

se renombra a los estimadores de las variables exógenas  $X_{1t}$ ,  $X_{2t}$  y el término de perturbación

$$\pi_1 = \frac{\gamma_{11}}{(1 - \beta_{12}\beta_{21})}$$

$$\pi_2 = \frac{\beta_{12}\gamma_{22}}{(1 - \beta_{12}\beta_{21})}$$

$$w_t = \frac{X_{2t} + u_{1t}}{(1 - \beta_{12}\beta_{21})}$$

y se obtiene la forma reducida de la ecuación (3.19.1)

$$Y_{1t} = \pi_1 X_{1t} + \pi_2 X_{2t} + w_t \quad (3.19.6)$$

de una forma similar se puede obtener la forma reducida de la ecuación (3.19.2)

$$Y_{2t} = \pi_3 X_{1t} + \pi_4 X_{2t} + w_t \quad (3.19.7)$$

Los estimadores en la forma reducida  $\pi_1, \pi_2, \pi_3$  y  $\pi_4$  se conocen como multiplicadores de impacto o de corto plazo, miden el impacto inmediato que tienen las variables exógenas sobre la variable endógena.

La particularidad que tienen las ecuaciones en su forma reducida, es que del lado derecho solo se encuentran las variables predeterminadas y las perturbaciones estocásticas, además se ha supuesto que estas variables predeterminadas no están correlacionadas con los términos de perturbación. Así, el uso del método por M.C.O. puede aplicarse en las ecuaciones en su forma reducida para estimar los coeficientes  $\pi$ . Una vez obtenidos estos coeficientes se pueden obtener los valores de los estimadores estructurales, esta técnica se llama mínimos cuadrados indirectos (M.C.I) que se detallan más adelante.

### ***3.1.4 El problema de la identificación***

El problema de la identificación en MES surge con la recuperación de los valores de los estimadores estructurales, a partir de los parámetros en su forma reducida, es necesario conocer si es posible obtener los valores de los estimadores estructurales, Cabrer B. (2015) explica que en general existen tres posibilidades de identificación:

- 1) *Exactamente identificada: Cuando es posible obtener los parámetros de una ecuación en su forma estructural a partir de los parámetros en su forma reducida,*

*se dice que la ecuación está identificada. Si, además, es posible obtener únicamente un resultado dicha ecuación esta exactamente identificada.*

2) *Sobreidentificada o superidentificada: Cuando es posible obtener los parámetros de una ecuación en su forma estructural a partir de los parámetros en su forma reducida, se dice que la ecuación está identificada. Si, además, es posible obtener más de un resultado dicha ecuación esta sobreidentificada.*

3) *Subidentificada o no identificada: Cuando no es posible obtener los parámetros de una ecuación en su forma estructural a partir de los parámetros en su forma reducida, se dice que la ecuación está subidentificada.*

Cuando todas las ecuaciones de un MES están exactamente identificadas es te Modelo estará exactamente identificado, y lo mismo sucede si todas las ecuaciones están sobreidentificadas, todo el modelo estará sobreidentificado.

Para saber si un modelo está identificado se usan las condiciones de orden y de rango.

### ***Condición de orden***

Esta es una condición necesaria pero no suficiente para definir la identificación del sistema se ecuaciones simultáneas. Para realizar la condición de orden se hace uso de la siguiente notación:

*“En un modelo de  $M$  ecuaciones simultaneas, para que una ecuación esté identificada debe excluir al menos  $M-1$  variables (endógenas y predeterminadas) que aparecen en el modelo> si excluye exactamente  $M-1$  variables, la ecuación está exactamente identificada. Si excluye más de  $M-1$  variables, estará sobreidentificada”* (Gujarati, 2010, p. 699).

### ***Condición de rango***

Como se mencionó anteriormente, la condición de orden es necesaria pero no suficiente, por lo que además de verificar dicha condición es necesario hacer otra prueba que sea suficiente. La condición de rango verifica si la ecuación se encuentra identificada.

“En un modelo que contiene  $M$  ecuaciones en  $M$  variables endógenas, una ecuación está identificada si y solo si puede construirse por lo menos un determinante diferente de cero de orden  $(M-1) \times (M-1)$ , a partir de los coeficientes de las variables (endógenas y predeterminadas) excluidas de esa ecuación particular, pero incluidas en las otras ecuaciones del modelo” (Gujarati, 2010, p. 701). Se debe cumplir que el rango de la matriz de coeficientes debe ser igual al número de ecuaciones del sistema menos uno  $(M-1)$  Para ejemplificar lo planteado anteriormente se utiliza el sistema de ecuaciones (3.3) donde las variables  $Y$  son las endógenas y las variables  $X$  son las exógenas.

$$(3.20) \begin{cases} Y_{1t} = \beta_{10} & + \beta_{12}Y_{2t} + \beta_{13}Y_{3t} + \gamma_{11}X_{1t} & + u_{1t} \\ Y_{2t} = \beta_{20} & + \beta_{23}Y_{3t} + \gamma_{21}X_{1t} + \gamma_{22}X_{2t} & + u_{2t} \\ Y_{3t} = \beta_{30} + \beta_{31}Y_{1t} & + \gamma_{31}X_{1t} + \gamma_{32}X_{2t} & + u_{3t} \\ Y_{4t} = \beta_{40} + \beta_{41}Y_{1t} + \beta_{42}Y_{2t} & + \gamma_{43}X_{3t} & + u_{4t} \end{cases}$$

Una manera práctica para realizar la condición de rango es seguir los siguientes pasos:

1. De forma algebraica se puede despejar el término de perturbación en cada ecuación dejándolo del lado izquierdo.

$$(3.21) \begin{cases} u_{1t} = Y_{1t} - \beta_{10} & - \beta_{12}Y_{2t} - \beta_{13}Y_{3t} - \gamma_{11}X_{1t} \\ u_{2t} = Y_{2t} - \beta_{20} & - \beta_{23}Y_{3t} - \gamma_{21}X_{1t} - \gamma_{22}X_{2t} \\ u_{3t} = Y_{3t} - \beta_{30} - \beta_{31}Y_{1t} & - \gamma_{31}X_{1t} - \gamma_{32}X_{2t} \\ u_{4t} = Y_{4t} - \beta_{40} - \beta_{41}Y_{1t} - \beta_{42}Y_{2t} & - \gamma_{43}X_{3t} \end{cases}$$

2. Después de forma tabular se ordenan los coeficientes de cada variable en cada ecuación.

<b>1</b>	<b><math>Y_1</math></b>	<b><math>Y_2</math></b>	<b><math>Y_3</math></b>	<b><math>Y_4</math></b>	<b><math>X_1</math></b>	<b><math>X_2</math></b>	<b><math>X_3</math></b>
----------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------	-------------------------

$-\beta_{10}$	1	$-\beta_{12}$	$-\beta_{13}$	0	$-\gamma_{11}$	0	0
$-\beta_{20}$	0	1	$-\beta_{23}$	0	$-\gamma_{21}$	$-\gamma_{22}$	0
$-\beta_{30}$	$-\beta_{31}$	0	1	0	$-\gamma_{31}$	$-\gamma_{32}$	0
$-\beta_{40}$	$-\beta_{41}$	$-\beta_{42}$	0	1	0	0	$-\gamma_{43}$

3. Ahora se eliminan los coeficientes de la ecuación en consideración y las columnas donde el coeficiente sea distinto de cero de dicha ecuación, y el resultado se coloca como matriz. Por ejemplo si queremos aplicar la condición a la primera ecuación del sistema se obtiene la siguiente matriz

$$.A = \begin{bmatrix} 0 & -\gamma_{22} & 0 \\ 0 & -\gamma_{32} & 0 \\ 1 & 0 & -\gamma_{43} \end{bmatrix}$$

4. Al obtener el rango de la matriz A, si el resultado es igual a M-1 estará identificada (exactamente o sobreidentificada), en caso contrario la ecuación no está identificada.

Concretamente en el ejemplo anterior al verificar los 4 pasos señalados para cada una de las ecuaciones que conforman el sistema se obtiene que, la ecuación 1,2 y 3 del sistema (3.20) no están identificadas mientras que la ecuación 4 si lo está.

## 3.2 Métodos de estimación de Ecuaciones Simultáneas

### 3.2.1 Modelos recursivos y Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO)

Como se ha mencionado, los estimadores obtenidos por la metodología de M.C.O. en presencia de simultaneidad resultan sesgados e inconsistentes. Sin embargo en modelos recursivos se puede aplicar M.C.O. adecuadamente.

La naturaleza de los modelos recursivos, consiste en lo siguiente:

$$(3.22) \begin{cases} Y_{1t} = \beta_{10} & + \gamma_{11}X_{1t} + \gamma_{22}X_{2t} + u_{1t} \\ Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}Y_{1t} & + \gamma_{21}X_{1t} + \gamma_{22}X_{2t} + u_{2t} \\ Y_{3t} = \beta_{30} + \beta_{31}Y_{1t} + \beta_{32}Y_{2t} & + \gamma_{31}X_{1t} + \gamma_{32}X_{2t} + u_{3t} \end{cases}$$

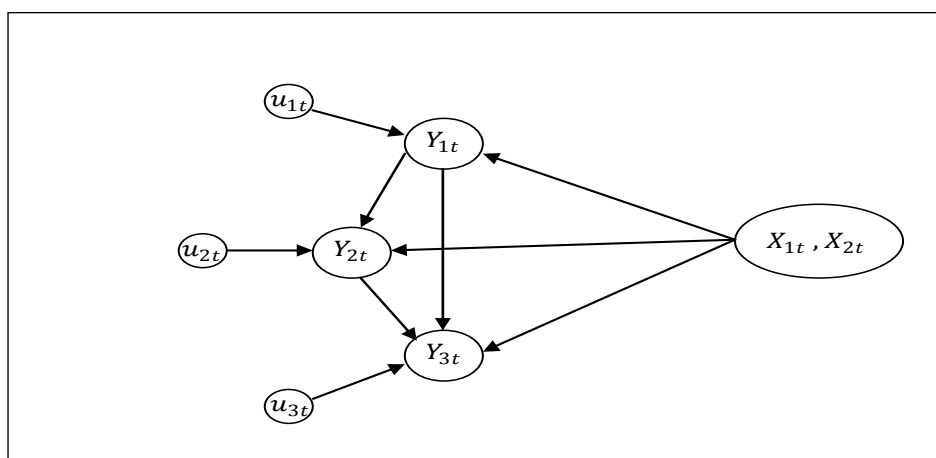
En donde las  $Y$  son variables endógenas y  $X$  variables exógenas.

Como se observa en el sistema (3.22)  $Y_{1t}$  esta explicada por las variables predeterminadas  $X_{1t}, X_{2t}$  y a su vez esta explica a  $Y_{2t}$ . Es decir, no existe una correlación entre  $Y_{1t}$  y el termino de perturbación de la segunda ecuación  $u_{2t}$ . Por lo que  $Y_{1t}$  resulta ser una variable exógena para explicar a  $Y_{2t}$ . De igual forma para la ecuación tres del sistema las dos variables previamente determinadas  $Y_{1t}$  y  $Y_{2t}$  fungen como variables exógenas para explicar a  $Y_{3t}$  y los términos de perturbación no están correlacionadas.

$$cov(u_{1t}, u_{2t}) = cov(u_{1t}, u_{3t}) = cov(u_{2t}, u_{3t}) = 0$$

En términos generales en este tipo de modelos existe una causalidad unilateral, de tal manera que se puede aplicar M.C.O. a cada una de las ecuaciones por separado, y estas entre sí, no presentaran un problema de simultaneidad. La figura (3.2) ilustra este concepto.

**Figura (3.2): Causalidad unilateral**





Fuente: Gujarati (2010) p. 713

### 3.2.2 Mínimos Cuadrados Indirectos (MCI)

Para ecuaciones exactamente identificadas en un MES, la técnica para obtener los valores de los estimadores estructurales se conoce como Mínimos Cuadrados Indirectos y consiste en las siguientes tres etapas Cabrer B. (2015):

- 1.- Se obtiene la forma reducida de la ecuación estructural, así la variable exógena estará explicada solo por las variables predeterminadas del sistema.
- 2.- Se obtienen los estimadores en su forma reducida por M.C.O
- 3.- A partir de los estimadores en su forma reducida, podremos obtener los valores de los estimadores estructurales.

El siguiente ejemplo ilustra el uso de MCI. Suponga el MES:

$$(3.23) \begin{cases} Y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{12}Y_{2t} + \gamma_{11}X_{1t} + u_{1t} & (3.23.1) \\ Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}Y_{1t} + u_{2t} & (3.23.2) \end{cases}$$

Dándole la misma asignación que se ha usado anteriormente para variables endógenas y exógenas, se sabe por la condición de orden y de rango que la ecuación (3.23.2) del MES (3.23) esta subidentificada, por lo que no haremos la estimación de esta al menos que se decida reestructurarla agregando variables predeterminadas, mientras, la segunda ecuación del mismo modelo esta sobreidentificada, en este caso nos resulta útil aplicar la metodología en cuestión para obtener el valor estimado de  $Y_{2t}$  siguiendo los pasos predichos:

Las ecuaciones en su forma reducida a partir de la forma estructural son:

$$Y_{1t} = \pi_0 + \pi_1 X_{1t} + v_t \quad (3.23.3)$$

$$Y_{2t} = \pi_2 + \pi_3 X_{1t} + w_t \quad (3.23.4)$$

Ahora, como se demostró antes, las  $\pi$  se pueden obtener mediante MCO para después ser usadas a los coeficientes estructurales:

$$\beta_{20} = \pi_2 - \beta_1 \pi_0 \quad y \quad \beta_{21} = \frac{\pi_3}{\pi_1}$$

de esta manera se obtienen los estimadores estructurales:

$$\hat{\beta}_{20} = \hat{\pi}_2 - \hat{\beta}_1 \hat{\pi}_0$$

$$\hat{\beta}_{21} = \frac{\hat{\pi}_3}{\hat{\pi}_1}$$

Es importante señalar algunas propiedades de MCI. Solo se obtendrá un valor para cada estimador en forma reducida y al ser una ecuación exactamente identificada, la relación entre los estimadores en forma reducida y estructural será uno a uno por lo que de igual forma se obtendrá un único valor del estimador estructural.

Los estimadores estructurales obtenidos serán consistentes y eficientes, sin embargo el sesgo no desaparece para muestras pequeñas.

### ***3.2.3 Mínimos Cuadrados en Dos Etapas (MC2E)***

Las ecuaciones sobreidentificadas en MES se pueden estimar con el método de MC2E el cual consiste, como su nombre representa, en usar la estimación por MCO en dos ocasiones.

Es posible estimar los parámetros estructurales de la ecuación de interés, remplazando las variables endógenas por otras variables instrumentales obtenidas de regresiones auxiliares. Como se vio en el primer capítulo, una variable instrumental es aquella que está muy

correlacionada con la variable que causa endogeneidad en una ecuación y no está correlacionada con el término de perturbación.

Suponga que se tiene un modelo de dos ecuaciones con dos variables endógenas  $Y$  y dos variables exógenas  $X$ , como se muestra a continuación:

$$(3.24) \begin{cases} Y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{12}Y_{2t} + \gamma_{11}X_{1t} + u_{1t} & (3.24.1) \\ Y_{2t} = \beta_{20} + \beta_{21}Y_{1t} + \gamma_{22}X_{2t} + u_{2t} & (3.24.2) \end{cases}$$

Si en este caso, queremos estimar la ecuación (3.24.1) debemos de tratar el impacto que tiene  $Y_{2t}$  sobre  $Y_{1t}$ , siendo el parámetro  $\beta_{12}$  el objetivo. La metodología de MC2E s puede realizar en las siguientes 3 etapas:

- 1.- Primero se obtiene la ecuación en forma reducida de la variable endógena  $Y_{2t}$ .
- 2.- Se estima esta ecuación reducida por MCO, y así se consigue un valor de  $Y_{2t}$  purificado del componente de la exogeneidad.
- 3.- Este valor alcanzado se sustituye en la ecuación que explica a la variable endógena  $Y_{1t}$  y se estima por MCO.

Siguiendo el proceso anterior, la ecuación en forma reducida a utilizar se define:

$$Y_{2t} = \pi_0 + \pi_1X_{1t} + \pi_2X_{2t} + v_t \quad (3.24.3)$$

Ahora se estima con MCO y se tiene:

$$\hat{Y}_{2t} = \hat{\pi}_0 + \hat{\pi}_1X_{1t} + \hat{\pi}_2X_{2t} + \hat{v}_t \quad (3.24.4)$$

a continuación se puede escribir el valor de  $Y_{2t}$  como:

$$Y_{2t} = \hat{Y}_{2t} + \hat{v}_t \quad (3.24.5)$$

donde  $\hat{Y}_{2t}$  es la combinación lineal no estocástica de las variables exógenas  $X_{1t}, X_{2t}$  y  $\hat{v}_t$  el componente aleatorio que no está correlacionado con  $\hat{Y}_{2t}$ .

Por ultimo de sustituye el valor de  $Y_{2t}$  obtenido en la ecuación uno del sistema para estimar a  $Y_{1t}$ .

$$Y_{1t} = \beta_{10} + \beta_{12}(\hat{Y}_{2t} + \hat{v}_t) + \gamma_{11}X_{1t} + u_{1t} \quad (3.24.6)$$

operando

$$\begin{aligned} Y_{1t} &= \beta_{10} + \beta_{12}\hat{Y}_{2t} + \gamma_{11}X_{1t} + \beta_{12}\hat{v}_t + u_{1t} \\ &= \beta_{10} + \beta_{12}\hat{Y}_{2t} + \gamma_{11}X_{1t} + u'_t \quad (3.24.7) \end{aligned}$$

En muestras grandes  $\hat{Y}_{2t}$  que ha remplazado el valor de  $Y_{2t}$ , con la diferencia de no estar correlacionada con  $u'$  por lo que se puede utilizar MCO para estimar a  $Y_{1t}$  obteniendo estimaciones consistentes para los parámetros de la ecuación uno.

Se debe tener en cuenta que método de estimación conviene en cada caso, para ello las tablas 3.1 y 3.2 muestran que método podría ser el más eficiente en la estimación de una ecuación exactamente identificada y para una ecuación sobreidentificada.

**Tabla 3.1 Estimación de una ecuación estructural exactamente identificada**

	<b>Estimador</b>	<b>Insesgado</b>	<b>Consistente</b>	<b>Eficiente</b>
MCO	Único	No	Si	-
MCI	Único	No	Si	El más eficiente
MC2E	Único	No	Si	-

*Fuente: Elaboración propia*

**Tabla 3.2 Estimación de una ecuación estructural sobreidentificada**

	<b>Estimador</b>	<b>Insesgado</b>	<b>Consistente</b>	<b>Eficiente</b>
MCO	Único	No	No	-
MCI	Múltiple	-	-	-
MC2E	Único	No	Si	El más eficiente

*Fuente: Elaboración propia*

### ***3.3 Datos de Panel***

Por lo general, los datos disponibles para el análisis empírico se encuentran en forma de series de tiempo, de corte transversal y de panel. Las series de tiempo recogen una sucesión de datos durante un periodo analizado (por ejemplo, el PIB trimestral o anual). En los datos de corte transversal se recoge la información de un conjunto de individuos o entidades en un mismo tiempo (por ejemplo, el nivel de estudios reportado en el año 2017 para los países de América Latina). En los datos de panel se crea una mezcla de las series de tiempo con datos de corte transversal, es decir, “en los datos de panel esta la dimensión del espacio y la del tiempo” (Gujarati, 2010, p. 591).

En la actualidad existe un incremento en el volumen y en la cantidad de bases de datos que permiten hacer diferentes análisis estadísticos cada vez más complejos y completos, en el caso de la econometría, la metodología de panel de datos es una de las más usadas en los últimos tiempos, la riqueza de esta metodología radica en permitir trabajar simultáneamente con varios periodos de tiempo y con los efectos individuales de corte transversal, y a su vez, tratar el problema de la endogeneidad.

#### ***3.3.1 Ventajas del uso de datos de panel***

De acuerdo con Baltagi (2008) las ventajas de usar datos de panel son las siguientes:

- i. Controlar la heterogeneidad individual.
- ii. Proveer más información (más grados de libertad).
- iii. Identificar y medir los efectos que no son detectados en modelos de sección transversal ni en modelos de series de tiempo.
- iv. Elaborar modelos de comportamiento más complejos.
- v. Elimina el sesgo de agregación.

Para resumir, “los datos de panel enriquecen el análisis empírico de manera que no sería posible con sólo datos de corte transversal o de series de tiempo” (Gujarati, 2010, p. 593).

### ***3.3.1 Particularidades de los datos de panel***

Cuando se decide trabajar con datos de panel en una investigación, al momento de recopilar los datos que se utilizarán en el análisis empírico, pueden existir algunas particularidades generales que resultan ser de gran importancia para seguir con una metodología adecuada de estimación, por ejemplo en la dimensión del tiempo, como lo describe Gujarati (2010), cuando en un panel de datos cada sujeto (empresa, individuos, etc.) tiene el mismo número de observaciones se dice que el panel está balanceado, y por el contrario si cada entidad tiene un número diferente de observaciones se dice que el panel está desbalanceado (p.593). En la dimensión del espacio, se denominan dos casos: cuando el panel de datos es corto o cuando es largo; se dice que un panel de datos es corto cuando el número de sujetos  $N$  es menor al número de observaciones  $T$ , cuando un panel es largo, el número de observaciones  $T$  es mayor al número de sujetos  $N$ .

Las técnicas de estimación dependerá de que si el panel de datos es corto o es largo, en el siguiente apartado se describen las posibilidades de estimación que existen para paneles de datos.

### ***3.3.2 Técnicas de estimación con panel de datos***

A continuación se describen las 3 principales técnicas para estimar un modelo con datos de panel y que son relevantes para la presente investigación (Gujarati, 2010:593-594):

1. Modelo de MCO agrupados. Tan sólo se agrupan las observaciones y se estima una “gran” regresión, sin atender la naturaleza de corte transversal y de series de tiempo de los datos.
2. Modelo de mínimos cuadrados con variable dicótoma (MCVD) de efectos fijos. Aquí se agrupan las observaciones, pero se permite que cada unidad de corte transversal (es decir, sujeto en el análisis) tenga su propia variable dicótoma (intercepto).

3. Modelo de efectos aleatorios (MEFA). A diferencia del modelo de MCVD, en el que se permite que cada entidad tenga su propio valor de intercepto (fijo), suponemos que los valores del intercepto son una extracción aleatoria de una población mucho mayor de entidades.

A continuación se analiza cada método.

### ***Modelo de MCO agrupados***

Se considera para fines ilustrativos el siguiente modelo:

$$\begin{aligned}
 Y_i &= \beta_0 + \beta_1 X_{it} + \beta_2 X_{it} + \beta_3 X_{it} + \mu_{it} & (3.24) \\
 i &= 1, 2, \dots, 7 \\
 t &= 1, 2, \dots, 20
 \end{aligned}$$

En el modelo (3.24),  $i$  es el  $i$ -ésimo sujeto y  $t$  es el número de observaciones para cada variable  $X$  del modelo. El total de datos de panel, al ser la combinación  $i$  y  $t$ , se obtendría mediante la multiplicación de estos subíndices, es decir  $i * t = 7 * 20 = 140$ . Resulta que los 140 datos de panel se encuentran agrupados y los coeficientes estimados de las variables nos darían resultados sin distinguir entre cada uno de los individuos, por tal motivo no podría observarse el impacto que cada individuo tiene sobre el modelo, por ejemplo en un mercado de competencia una empresa sería tan buena o mala como las demás.

### **Modelo de mínimos cuadrados con variable dicótoma (MCVD) de efectos fijos**

*“El modelo de mínimos cuadrados con variable dicótoma (MCVD) toma en cuenta la heterogeneidad entre sujetos porque permite que cada entidad tenga su propio valor del intercepto”* (Gujarati, 2010, p. 596), ahora el modelo se plantearía de la forma:

$$\begin{aligned}
 Y_i &= \beta_{0i} + \beta_1 X_{it} + \beta_2 X_{it} + \beta_3 X_{it} + \mu_{it} & (3.25) \\
 i &= 1, 2, \dots, 7 \\
 t &= 1, 2, \dots, 20
 \end{aligned}$$

A diferencia de la técnica anterior, en MCVD de efectos fijos se observa que se utiliza en subíndice  $i$  en el término del intercepto para indicar que los intercepto cada individuo pueden ser diferentes. Estas diferencias se pueden presentar por varias circunstancias como el tipo de administración que lleva cada entidad, su ubicación geográfica, etc.

El modelo (3.25) se conoce como modelo (regresión) de efectos fijos (MEF). El término “efectos fijos” se debe a que, aunque el intercepto puede diferir entre los sujetos, el intercepto de cada entidad no varía con el tiempo, es decir, es invariante en el tiempo. Observe que si el intercepto se escribiera  $\beta_{0it}$ , indicaría que el intercepto de cada entidad o individuo es variable en el tiempo. Cabe señalar que el MEF dado en la ecuación (3.25) supone que los coeficientes (de las pendientes) de las regresoras no varían según los individuos ni a través del tiempo. (Gujarati, 2010, p. 596).

Para permitir que el efecto del intercepto fijo varíe entre cada individuo dentro de un modelo con datos de panel, se hace uso de la técnica con variables dicótomas que se explica en el capítulo 9 de la obra de Gujarati (2010), de tal forma que la ecuación 3.25 se expresa de la siguiente forma:

$$Y_i = \alpha_1 + \alpha_2 D_{2i} + \alpha_3 D_{3i} + \alpha_4 D_{4i} + \alpha_5 D_{5i} + \alpha_6 D_{6i} + \alpha_7 D_{7i} + \beta_1 X_{it} + \beta_2 X_{it} + \beta_3 X_{it} + \mu_{it} \quad (3.26)$$

Donde  $D_{2i} = 1$  si la observación corresponde al individuo 2, y 0 en caso contrario,  $D_{3i} = 1$  si la observación pertenece al individuo 3, y 0 en caso contrario, y así sucesivamente para cada individuo, solo se utilizan 7-1 variables dicótomas para evitar caer en la trampa de la variable dicótoma, y se considera como categoría base al individuo 1, aunque se puede tomar como base a cualquier otro individuo, que estará contenido en el intercepto  $\alpha_1$ . Después,  $\alpha_2$  indica la diferencia del intercepto de la segunda aerolínea respecto al valor del intercepto  $\alpha_1$ . ( $\alpha_1 + \alpha_2$ ) Indicará el valor de intercepto del individuo 2, el valor del intercepto de los demás individuos se calcula de la misma forma (Gujarati, 2010, p. 597).

### ***Modelo de efectos aleatorios (MEFA)***



En crítica al modelo (MCVD) de efectos fijos, los modelos MEFA suponen que la incluir variables dicótomas dentro de un modelo con datos de panel representa una falta de información o cierta ignorancia sobre el comportamiento real de cada individuo, por tal motivo MEFA propone plasmar en el modelo dicha ignorancia mediante un término de perturbación. Básicamente se plantea que  $\beta_{0i}$  del modelo 3.25 no es fijo por lo que en realidad contiene un término de perturbación:

$$\beta_{0i} = \beta_0 + \varepsilon_i \quad (3.27)$$

Donde  $\varepsilon_i$  es un término de perturbación aleatorio con media cero y varianza  $\sigma_\varepsilon^2$ , que refleja que el valor del intercepto de cada individuo se representa en términos de error. El modelo 3.3.2 quedaría representado de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} Y_i &= \beta_0 + \beta_1 X_{it} + \beta_2 X_{it} + \beta_3 X_{it} + \varepsilon_i + \mu_{it} \\ &= \beta_0 + \beta_1 X_{it} + \beta_2 X_{it} + \beta_3 X_{it} + \varepsilon_i + w_{it} \end{aligned} \quad (3.28)$$

Donde  $w_{it} = \varepsilon_i + \mu_{it}$ , este nuevo término de perturbación  $w_{it}$ , estará compuesto por un componente de error de corte transversal o error específico del individuo, y por la combinación del componente de error de series de tiempo y corte transversal, y que a veces se denomina término idiosincrásico porque varía en el corte transversal (es decir, el sujeto) así como en el tiempo (Gujarati, 2010, p. 603).

En general estas técnicas de estimación de usaran dependiendo del objetivo que del investigador, cada técnica podrá ser sustentada con diferentes pruebas estadísticas por ejemplo como con la prueba de Hausman y la prueba de Breusch-Pagan (BP) para detectar si hay o no efectos aleatorios, dichas pruebas son perfectamente descritas en el capítulo 16 del libro de Gujarati (2010), queda a conciencia del lector indagar en la metodología de Datos de Panel, dado que seguir con los detalles de esta técnica supera el objetivo de la presente investigación.

En el capítulo 3 de este trabajo se plasmaron los temas fundamentales de los modelos de ecuaciones simultáneas, se describió la Endogeneidad y la Causalidad, la cointegración, así

como la notación general de los modelos de ecuaciones simultáneas. Para una correcta especificación del modelo, se abordó el problema de la especificación que identifican a un modelo mediante la condición de orden y de rango. Se mostraron los diferentes métodos de estimación MCO, MCI y MC2E que son usados por los investigadores contemporáneos y que permiten obtener estimadores consistentes dependiendo de las características del modelo planteado.

Por último, y como parte de la metodología que se usará en el cuarto y último capítulo, se presentaron las particularidades de la técnica de Panel de Datos, sus ventajas de uso y sus técnicas de estimación.

## **CAPÍTULO 4. CRECIMIENTO ECONÓMICO, INFLACION E INCERTIDUMBRE INFLACIONARIA. UN ANÁLISIS DE ECUACIONES SIMULTÁNEAS CON DATOS DE PANEL PARA AMÉRICA LATINA (1951-2014)**

El conocer los determinantes del crecimiento económico ha sido objeto de una amplia investigación, este tópico de la literatura económica tomó mayor relevancia durante el siglo XIX a partir de las teorías neoclásicas propuestas por Solow(1956) y Swan(1956) y, como lo explica Rosas (2016), estas teorías retomaron fuerza en la década de 1990 con aportaciones de nuevos autores interesados en encontrar los determinantes del crecimiento económico, entre los que destacan Barro (1991), Levine y Renelt (1992), Mankiw et al., (1992), Mauro (1955), Caselli et al., (1996) y Easterly y Levine (1997), quienes han estimado el impacto que tienen ciertas variables sobre el crecimiento económico mediante diferentes análisis de sección cruzada, series de tiempo y datos de panel, uno de los hallazgos más reveladores es que las variaciones de la inversión en el capital humano se presentan como el principal determinante para explicar el crecimiento económico de las naciones.

Por otro lado, se ha debatido sobre si la Inflación y la Incertidumbre Inflacionaria tiene efectos positivos o negativos en el crecimiento económico, principalmente por las decisiones de políticas macroeconómicas que tienen como objetivo mantener la inflación en niveles bajos para fomentar el crecimiento económico. La literatura teórica que examina los efectos de la incertidumbre inflacionaria y la inflación sobre el crecimiento económico es rica en ofrecer una explicación sobre las relaciones causales y los signos esperados.

En particular, existen teorías que apoyan un efecto de la incertidumbre inflacionaria, medida como la varianza condicional de la inflación promedio, sobre el crecimiento del producto que toma un signo negativo (Friedman, 1997; Pyndick, 1991; Huizinga, 1993), mientras algunos otros apoyan la teoría de un signo positivo (Abel, 1983; Dotsey y Sarte, 2000). En lo que respecta al impacto de la inflación sobre el crecimiento económico Judson y Orphanides (1999), al igual que Barro (2013), encontraron, mediante un análisis de datos de panel, que la

inflación se encontraba negativamente correlacionada con la tasa de crecimiento de países con elevada inflación. Por su parte, Tobin (1965) argumenta que una mayor inflación anticipada puede aumentar el capital per cápita a medida que los hogares cambian sus activos (cartera) de saldos monetarios reales (dinero sin intereses) hacia capital real (formas más productivas). Según Tobin, es posible observar una relación positiva entre las dos variables.

Empíricamente en algunas investigaciones se trata a la Inflación y a la Incertidumbre Inflacionaria por separado como determinantes del crecimiento en la economía. En el presente trabajo de investigación se busca subsanar esta deficiencia modelando de manera simultánea ambas variables, con el fin de estimar el impacto que exhiben éstas variables y un conjunto de variables exógenas que determinan el crecimiento económico, en este capítulo se plantea un sistema de ecuaciones simultaneas ampliando el modelo propuesto por Mankiw et al., (1992) conocido como Modelo de MRW. Además, se utiliza la metodología de datos de panel para trabajar simultáneamente con varios periodos de tiempo, con los efectos individuales de corte transversal, y a su vez, tratar el problema de la endogeneidad.

#### ***4.1 Implicaciones teóricas del modelo de crecimiento económico***

Como se expuso en el primer capítulo, son diferentes los autores que plantean sus teorías sobre crecimiento económico, dentro de la literatura del pensamiento neoclásico los modelos propuestos por Solow (1956) y Swan (1956) son la base de los modelos del crecimiento en la economía. *“A pesar de que los supuestos del modelo son bastante restrictivos, el modelo en sí es muy útil para demostrar los mecanismos que permiten que una economía crezca (o se estanque) en el largo plazo”*, Rosas (2016, p. 12).

Mankiw, Romer y Weil basan su modelo en el desarrollado por Solow, pero agregando el capital humano a la función de producción. Rosas (2016) menciona que:

Utilizaron un porcentaje promedio de la población en edad laboral con educación secundaria como variable proxy para capturar el efecto de la tasa de inversión en capital humano. En sus resultados encontraron que los coeficientes presentan los signos predichos por la teoría y son estadísticamente diferentes de cero, además de que la

restricción de igualdad no se pudo rechazar en ninguna de las muestras. La regresión explica 3/4 partes de la variación en el ingreso por trabajador entre los países, para dos de las tres muestras (p. 13).

Por lo anterior resulta importante mantener el planteamiento donde el capital humano es determinante en el crecimiento de la producción de un país, de esta forma el modelo MRW contiene una parte esencial de la presente investigación.

Además del capital humano, la discusión referida anteriormente sobre como la inflación y la incertidumbre inflacionaria influye en el crecimiento económico, constituye el complemento del análisis econométrico propuesto. *“La inflación puede aumentar el costo del capital, reduciendo la acumulación de capital y disminuyendo su productividad”* (De Gregorio, 1993, citado por Ahmad, 2016, p. 640). Según Baharumshah (2016), cuando la inflación se vuelve demasiado alta, reduce significativamente el crecimiento de la producción. Para los países latinoamericanos. Si las tasas de inflación de estos países hubieran sido la mitad de su nivel durante el período 1950-1985, la tasa de crecimiento del producto interno bruto (PIB) per cápita habría aumentado en alrededor de 0.4 puntos porcentuales al año (De Gregorio, 1993, citado por Ahmad, 2016, p. 640).

Para Friedman (1977), la incertidumbre inflacionaria reduciría la efectividad del mecanismo de precios para coordinar las actividades económicas, reduciendo la tasa de crecimiento de la producción. Años después Ball (1992) sigue con la proposición de Friedman y muestra que una tasa de inflación alta produce una mayor incertidumbre acerca la dirección futura de la política del gobierno.

Con base en trabajos anteriores, Baharumshah (2016) investigó la relación entre inflación, incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico y llega a las siguientes conclusiones:

- Existe un umbral de inflación más allá del cual la inflación y el crecimiento del producto están negativamente correlacionados. El efecto negativo de la inflación en el crecimiento se siente solo en niveles excesivamente altos de inflación, mientras que cualquier beneficio pequeño de crecimiento positivo se siente en niveles moderados de

inflación. Ignorar los umbrales de inflación tiende a sobreestimar el efecto de obstaculización de la inflación en el crecimiento.

- Además, el nivel de inflación y su incertidumbre tienen efectos independientes y significativos sobre el crecimiento. Se muestra que los efectos de la incertidumbre inflacionaria sobre el crecimiento, son significativos y negativos a bajas tasas de inflación.

### ***Metas de inflación***

Las Meta inflación<sup>3</sup> se refiere a una la política monetaria que toma la autoridad de una nación para establecer los niveles que se deben obtener en el horizonte propuesto, normalmente establecido a un año calendario; en este caso la autoridad es cada banco central de los países latinoamericanos analizados en el modelo, estos bancos centrales disponen de un nivel de inflación para un año y utilizan los instrumentos monetarios para consolidarlo, como con la variación de la tasa de interés.

Se debate actualmente sobre el nivel de meta de inflación que debe existir, *“hay razones poderosas para pensar que una inflación baja, pero no 0, pueda ser el óptimo, y esa es la meta que persiguen los bancos centrales”* (De Gregorio 2012, p. 735). En el otro extremo, se encuentran quienes creen que no es importante el papel que toma la adopción de la metas de inflación, puesto que en los últimos años y con base en diferentes evidencias teóricas y empíricas, se ha demostrado que no han traído beneficios a largo plazo y, como lo explica De Gregorio (2012: 735), ya nadie piensa que haya algún beneficio en tener una inflación meta de

---

<sup>3</sup> Las metas de inflación incluyen cuatro elementos principales (Mishkin, 2004; y Heenan, Peter y Roger, 2006):

- Un banco central con el mandato explícito de preservar la estabilidad de precios como objetivo primordial de la política monetaria y un alto grado de autonomía operativa para perseguir tal objetivo.
- Metas cuantitativas explícitas para la inflación.
- Rendición de cuentas del banco central en cuanto al logro del objetivo de inflación, principalmente mediante el requisito de una alta transparencia en la estrategia e implementación de la política.
- Definición de la política a partir de una evaluación prospectiva de las presiones inflacionarias, basada en una amplia variedad de información.

largo plazo, por ejemplo, superior al 2% o al 5 %. La única excepción la constituyen los países que vienen de un proceso de ajuste, a veces originado en severas crisis económicas, reduciendo la inflación desde niveles muy elevados, o países con dificultades para reducirla más. Si consideramos que los países de la OECD, así como economías en desarrollo estables, que tienen políticas monetarias basadas en metas de inflación tienen un objetivo promedio en torno a 2 %, con un rango para la inflación meta que va por lo general entre 0 y 3 %, al que se le agrega un margen de tolerancia.

Cada país ha ido adoptando las metas de inflación dependiendo de su situación económica y de sus líderes que deciden llevar a la práctica dicha política monetaria, a continuación se muestra el año en que las 8 economías latinoamericanas, que son objeto del análisis en la presente investigación, han adoptado las metas de inflación en su economía:

**Tabla 4.1 Adopción del Régimen de Metas de Inflación**

<b>País</b>	<b>Año de adopción del Régimen de Metas de Inflación (antes de 2014)</b>
Bolivia	No adoptado
Colombia	1999
Costa Rica	No adoptado
Ecuador	No adoptado
México	2001
Perú	2002
Paraguay	2013
Uruguay	2007

*Fuente: Elaboración propia*

Al igual que es importante conocer en qué momento de la historia de cada nación se adoptó el régimen de metas de inflación, existen otros hechos que marcan cambios importantes en los ciclos económicos, estos cambios suelen aparecer en los diferentes contextos históricos de cada país.

### ***Cambios estructurales***

Los cambios estructurales son en esencia una reorganización notable y que afecta a largo plazo en la economía de una nación, o de aspectos que incidan directamente en la toma de decisiones de política económica. En el análisis econométrico y con el uso de series temporales de diferentes variables económicas, es importante conocer el contexto histórico y políticas que han afectado la serie a lo largo del tiempo, con el fin de encontrar los posibles cambios estructurales surgidos por distintos fenómenos económicos (Rosales R., 2010, p. 200).

Por ejemplo, considere el primer embargo petrolero, en 1973. Los precios del petróleo se cuadruplicaron. Los precios volvieron a aumentar de manera sustancial después del segundo



embargo petrolero, en 1979. Como es natural, estas conmociones afectan el comportamiento económico. Por tanto, si queremos hacer una regresión del gasto de consumo personal (GCP) sobre el ingreso personal disponible (IPD), es muy probable que el intercepto, la pendiente o ambas varíen de un ciclo económico a otro. Esto es lo que se entiende por cambios estructurales. (Gujarati, 2010, p. 758).

Cuando se decide estimar un modelo tomando en cuenta el papel que representan los cambios estructurales a lo largo del tiempo, se pretende asegurar que los ciclos económicos se modelan correctamente, con el objetivo de obtener estimadores más consistentes. En la siguiente tabla se muestran los resultados de los cambios estructurales estimados con ayuda del software R-studio(Anexo 6), para las 8 economías analizadas en el modelo propuesto:

**Tabla 4.2 Cambios estructurales**

<b>País</b>	<b>Años con cambios estructurales</b>
Bolivia	1978 y 1987
Colombia	1972 y 1992
Costa Rica	1979 y 1992
Ecuador	1972, 1982 y 2001
México	1979, 1988 y 1999
Perú	1982 y 1991
Paraguay	1961, 1978 y 1994
Uruguay	1963 y 1995

*Fuente: Elaboración propia*

### ***Apertura comercial***

La apertura comercial, podría definirse como la capacidad que tiene un país para comerciar, intercambiando mercancías con otros países.

La balanza de mercancías recoge la exportación e importación de mercancías, sin incluir seguros ni fletes. El valor de las exportaciones se anota en la columna de ingresos y el valor de las importaciones en la columna de pago. El saldo positivo en esta balanza significa que se exportan más bienes de los que se importan y, por tanto, los ingresos son mayores que los pagos. Lo contrario ocurre cuando el saldo es negativo; en este caso los pagos son mayores que los ingresos (Mochon, 2006, p. 85).

En 1993, Romer plantea modelos teóricos sobre la inflación que proponen que los países “abiertos” deberían tener inflación más baja. La apertura comercial de las economías de Latinoamérica, iniciaron la implementación del modelo aperturista de crecimiento por exportaciones y tendieron hacia una desindustrialización prematura aún antes de que su ingreso per cápita alcanzara un nivel cercano al de países avanzados (Salama, 2012). La mayoría de estas economías comenzaron a “*primarizarse*” considerablemente; otras se especializaron en la exportación de productos manufacturados de ensamblaje (maquilas), con muy poco valor agregado. Todas las economías tuvieron como factor común la poca o nula incorporación a su aparato productivo de componentes reales de investigación y desarrollo. Si bien en conjunto las economías latinoamericanas presentaron indicadores positivos en las exportaciones, también es cierto que su crecimiento no se traduce de igual forma en el impulso del PIB.

Por lo anterior, parece necesario analizar cómo actual la apertura comercial en los países de Latinoamérica, de la presente investigación. Para ello se usará la variable de apertura comercial, donde se suman de la balanza comercial, el valor de las importaciones más las exportaciones y, se agrega al modelo propuesto.

#### ***4.2 Modelo de Mankiw-Romer-Weil (MRW) con acumulación de capital humano***

En el modelo MRW la acumulación de capital humano es importante al explicar el crecimiento económico. “*En la teoría, si se captura adecuadamente el efecto del capital*

*humano esto puede conducir a estimaciones más precisas del proceso de crecimiento económico*” Rosas (2016, p. 17), de tal forma que las habilidades naturales de una persona y el conocimiento obtenido durante su vida, además de la experiencia adquirida, sitúan al capital humano como principal determinante para que una economía pueda tener un crecimiento económico.

Dada la función de producción:

$$Y(t) = K(t)^\alpha H(t)^\beta, (A(t)L(t))^{1-\alpha-\beta} \quad (4.1)$$

Donde  $H$  representa a la acumulación de capital y las demás variables se definen antes en el modelo de Solow, Rosas (2016, p. 17) explica que dado  $s_k$  la fracción de ingreso invertido en el capital físico y  $s_h$  la fracción invertida en el capital humano. La evolución de la economía se explica por.

$$k'(t) = s_k y(t) - (n + g + d)k(t) \quad (4.2)$$

$$h'(t) = s_h y(t) - (n + g + d)h(t) \quad (4.3)$$

Donde  $y = Y/AL$ ,  $k = K/AL$ ,  $h = H/AL$  son cantidades por unidad efectiva de trabajo. Las ecuaciones anteriores (4.3) y (4.4) implican que la economía converge al estado estacionario definido por:

$$k^* = \left[ \frac{s_k^{1-\beta} s_h^{1-\beta}}{n + g + d} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (4.4)$$

$$h^* = \left[ \frac{s_k^\alpha s_h^{1-\alpha}}{n + g + d} \right]^{\frac{1}{1-\alpha-\beta}} \quad (4.5)$$

Al combinar las ecuaciones (4.5 y 4.6) con la ecuación para el nivel de capital de estado estacionario dada, produce la ecuación de MRW para el ingreso como una función de la tasa de inversión en capital físico, la tasa de crecimiento de la fuerza laboral y el nivel de capital humano (Rosas, 2016, p. 18).

$$\ln \left[ \frac{Y}{L} \right] = \ln A_{(0)} + \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(s_k) - \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(n + d + g) + \left( \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(s_h) \quad (4.6)$$

En este caso, para representar la versión del modelo MRW con acumulación de capital humano, el modelo se presenta en términos de una ecuación para datos de panel:

$$\ln \left[ \frac{Y}{L} \right]_{it} = a + \left( \frac{\alpha}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(s_k)_{it} - \left( \frac{\alpha + \beta}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(n + g + d)_{it} + \left( \frac{\beta}{1 - \alpha - \beta} \right) \ln(s_h)_{it} + \mu_i + \varepsilon_{it} \quad (4.7)$$

*“Así, en el modelo MRW con capital humano, el crecimiento del ingreso es una función de los determinantes del último estado estacionario y del nivel inicial de ingreso, cuyo coeficiente debe ser negativo para que exista convergencia”* Rosas (2016, p. 19).

Como ya se mencionó antes, se busca ampliar el modelo MRW, incluyendo el impacto que tienen la inflación y su incertidumbre sobre el crecimiento económico, estos dos determinantes son: por el lado de la inflación, el alza del índice de precios al consumidor y por la incertidumbre inflacionaria, de debe estimar su valor para incluirla en el modelo.

### ***4.3 Inflación, incertidumbre inflacionaria y crecimiento económico***

Al trabajar con pronósticos de series de tiempo financieras, como precios accionarios, tasas de inflación y tasas de cambio de divisas, Engle (1982) observó que era necesario prestar atención a la autocorrelación que podía existir de la varianza  $\sigma^2$  en el tiempo  $t$  respecto de sus valores rezagados uno o más periodos, a tal autocorrelación se le han dado nombres como heteroscedasticidad condicional autorregresiva (ARCH, por sus siglas en inglés), en esta nueva clase de procesos estocásticos, la varianza condicionada a la información pasada no es constante, y depende del cuadrado de las innovaciones pasadas.

De tal manera, Engle demostró que para probar la hipótesis de que no hay presencia de autocorrelación en la varianza del error ( $H_0: \alpha_1 = \alpha_2 = \dots = \alpha_p = 0$ ) se lleva a cabo la siguiente regresión:

$$\pi_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \pi_{t-i} + \sum_{i=0}^q B_i \varepsilon_{t-i} + \gamma \sqrt{h_t} + \varepsilon_t$$

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{h_t};$$

donde  $\hat{u}_t$ , denota los residuales de MCO obtenidos en el modelo de regresión original y se prueba la hipótesis mediante la prueba F usual.

Bollerslev (1986) extendió el trabajo original de Engle desarrollando una técnica que permite la varianza condicional para ser un proceso ARMA.

$$h_t = \alpha_0 + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{i=1}^p \beta_i h_{t-i} + \delta \pi_{t-i} \quad (1)$$

En el modelo anterior y el más simple GARCH (1,1), muestra que la varianza condicional de  $u$  en el tiempo  $t$  depende no solo del término de error al cuadrado del periodo anterior, sino también de su varianza condicional en el periodo anterior. Este modelo puede generalizarse al modelo GARCH (p, q) en el que existen  $p$  términos rezagados del término de error al cuadrado y  $q$  términos de las varianzas condicionales rezagadas (Gujarati & Porter, 2010, p. 796).

Se utilizan la metodología desarrollada por Bollerslev, modelos GARCH, para determinar la incertidumbre inflacionaria de cada una de las economías estudiadas. Se analiza el efecto causal de la incertidumbre inflacionaria y la inflación sobre el crecimiento de la producción, además del efecto de la inflación sobre la incertidumbre inflacionaria y viceversa. Se busca evidencia empírica que apoye los planteamientos teóricos de estas relaciones de causalidad.

#### 4.4 Hipótesis del modelo propuesto

En la literatura, se ha discutido sobre las posibles relaciones que existen entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento de la producción, al comienzo de este cuarto capítulo, se expuso acerca de las principales teorías referentes a los efectos que tiene la inflación y su incertidumbre, medida como la varianza condicional de la inflación promedio, sobre el crecimiento del producto y la importancia que toma el signo esperado de estos efectos.

Las siguientes tablas, resumen las principales hipótesis de los efectos sobre el modelo, de las variables mencionadas y sus autores

**Tabla 4.3 Hipótesis y sus autores**

Hipótesis	Autores	Efecto en el modelo
$INFU \xrightarrow{-} Y$	Friedman (1997), Pyndick (1991), Huizinga (1993)	Signo negativo en el efecto de la incertidumbre inflacionaria sobre el crecimiento del producto.
$INFU \xrightarrow{+} Y$	Abel (1983), Dotsey y Sarte (2000)	Signo positivo en el efecto de la incertidumbre inflacionaria sobre el crecimiento del producto.
$INF \xrightarrow{-} Y$	Judson y Orphanides (1999), Barro (2013)	Signo negativo en el efecto de la inflación sobre el crecimiento del producto de países con elevada inflación.
$INF \xrightarrow{+} Y$	Tobin (1965)	Signo positivo en el efecto de la inflación sobre el crecimiento del producto.

*Fuente: Elaboración propia*

**Tabla 4.4. Hipótesis de causalidad entre inflación e incertidumbre inflacionaria**

Hipótesis	Autores	Efecto en el modelo
$INF \xrightarrow{+} INFU$	Friedman (1977), Ball (1992).	Inflación causa a la incertidumbre inflacionaria, con signo positivo.
$INF \xrightarrow{-} INFU$	Pourgerami & Maskus (1987), Ungar & Zilberfarb (1993).	Inflación causa a la incertidumbre inflacionaria, con signo negativo.
$INFU \xrightarrow{+} INF$	Cukierman & Gerlach (2003), Devereux (1989).	La incertidumbre inflacionaria causa a la inflación, con signo positivo.
$INFU \xrightarrow{-} INF$	Cukierman & Meltzer (1986).	La incertidumbre inflacionaria causa a la inflación, con signo negativo.

*Fuente: Elaboración propia*

En particular, el modelo propuesto se ha planteado bajo las siguientes hipótesis:

Hipótesis 1: La inflación causa a la incertidumbre inflacionaria con un signo positivo. Para Friedman (1977), las tasas de inflación altas causan más incertidumbre sobre las tasas en el futuro, lo que significa que cuanto más elevada sea la inflación, mayor será la incertidumbre sobre la tasa de inflación en el próximo periodo, años después Ball (1992) sigue con la proposición de Friedman y muestra que una tasa de inflación alta produce una mayor

incertidumbre acerca la dirección futura de la política del gobierno, Ball propone un modelo con información asimétrica donde supone que existen 2 tipos de políticos, uno que se estabilizará cuando el nivel de inflación sea alto, y otro que por el contrario, no lo hará.

Hipótesis 2: La incertidumbre inflacionaria causa a la inflación con un signo positivo, Devereux (1989), considera el impacto de un incremento exógeno de la incertidumbre, sobre el grado de indexación salarial y de la tasa de inflación óptima; Él muestra que a una mayor incertidumbre, se reduce la cantidad óptima de indexación salarial e induce al legislador, para diseñar más sorpresas inflacionarias, por lo tanto, el modelo considera que una incertidumbre mayor debería conducir a una mayor tasa de inflación. La predicción de la teoría de Devereux se confirma también en un documento reciente de Cukierman y Gerlach (2003), encontrando un efecto causal positivo de la incertidumbre inflacionaria sobre la tasa de inflación.

Hipótesis 3: La incertidumbre inflacionaria y la inflación repercuten en el crecimiento de la producción (de forma simultánea); para la incertidumbre inflacionaria, Dotsey y Sarte (2000), obtienen que una mayor incertidumbre inflacionaria puede aumentar la producción, este el resultado se basa en un motivo precautorio y la suposición de aversión al riesgo: más incertidumbre de inflación aumenta el ahorro y, por lo tanto, la inversión y crecimiento; para la inflación, Judson y Orphanides (1999), y más recientemente Barro (2013), encontraron que la inflación se correlaciona negativamente con el crecimiento de los países de alta inflación. Ellos concluyen que una buena política debe tener como objetivo reducir el nivel de inflación y, al mismo tiempo, estabilizarla.

#### ***4.5 Variables y datos***

En este capítulo se toma como base el modelo de Solow en su versión ampliada conocido como modelo de MRW, ampliando este último modelo al considerar a la Inflación y la Incertidumbre inflacionaria como determinantes del crecimiento económico. Esta metodología está sustentada en el trabajo de Baharumshah, et al (2016).

Además, en el modelo propuesto se supone que existe una simultaneidad entre el crecimiento económico y la inflación, para considerar tal suposición se plantea un modelo con tres



ecuaciones simultáneas. Las estimaciones se calibran sobre 8 economías de Latinoamérica para el periodo comprendido entre 1951 y 2014 con datos anuales obtenidos del Fondo Monetario internacional y de la Penn World Table 9.0 (Feenstra, et al 2015). Las variables utilizadas se enlistan y definen a continuación:

Producto per cápita (Y/L): Producto Interno Bruto (PIB) real ajustado a la paridad de precio de compra (también conocida como PPA), para igualar los niveles de precios entre países, y dividido entre la población total del país.

Tasa de crecimiento de la población (n): Tasa de crecimiento poblacional calculada en términos porcentuales.

Tasa de ahorro (inversión privada) (CSH\_I): Inversión privada real entre el PIB real ajustado a la paridad de precio de compra, para representar la proporción promedio de la inversión real en el PIB real.

Tasa de gasto del gobierno (CSH\_G): Inversión del gobierno real entre el PIB real ajustado a la paridad de precio de compra, para representar la proporción promedio del gasto del gobierno en el PIB real.

Capital Humano (HC): Índice de capital humano, basado en años de escolaridad.

Tasa de inflación (INF): Tasa de inflación calculada con el cambio porcentual del Índice Nacional de Precios al Consumidor (INPC).

Incertidumbre inflacionaria (INFUN): Variabilidad o incertidumbre de la inflación de cada país como serie de tiempo (varianza condicional de la inflación).

Apertura comercial (APER): Apertura comercial calculado con la balanza de pagos nacional, Importaciones menos exportaciones y dividido entre el PIB real ajustado a la paridad de precio de compra.

Adopción del Régimen de Metas de Inflación (DUMIT): Variable dummy que contiene la marca a partir de año en que cada país adoptó el régimen de metas de inflación y hasta el año 2014.

Cambios estructurales (DUMB): Variable dummy que contiene la marca para los años en los que cada país enfrentó un cambio estructural en su economía, al generar dicha variable se utilizó el software libre RStudio, principalmente con el uso de la paquetería "strucchange" (Anexo 1).

En la tabla 4.5 se presenta la descripción de los datos.

**Tabla 4.5 Descripción de los Datos**

Mnemónico	Variable	Unidad de Medición	Fuente de los Datos
Y	PIB Real	Millones de US\$ a precios del 2011	PWT 9.0
L	Población	Millones de personas	PWT 9.0
RGDPC	Producto per cápita	Millones de US\$ a precios del 2011	Elaboración propia (Y/L)
N	Tasa de crecimiento de la población	%	PWT 9.0
CSH_I	Tasa de ahorro (inversión privada)	(% PIB)	PWT 9.0
CSH_G	Tasa de gasto del gobierno	(% PIB)	PWT 9.0
HC	Capital Humano	Índice de capital humano, basado en años de escolaridad.	PWT 9.0
INF	Tasa de inflación	%	FMI

INFUN	Incertidumbre inflacionaria	Desviación estándar de la inflación	Elaboración propia (Modelos GARCH)
APER	Apertura comercial	(% PIB)	PWT 9.0
DUMIT	Adopción de régimen de metas de inflación	Dummie 0,1	Elaboración propia
DUMB	Cambios estructurales	Dummie 0,1	Elaboración propia
CSH_X	Importación de mercancías	(% PIB)	PWT 9.0
CSH_M	Exportación de mercancías	(% PIB)	PWT 9.0

*Fuente: Elaboración propia*

Las variables y datos descritos constituyen el insumo principal del modelo propuesto y serán utilizados para su calibración, por lo que fue necesaria una exhaustiva búsqueda de los datos de cada variable, asegurando su autenticidad y veracidad que complementa a una correcta técnica econométrica.

Fue necesario realizar transformaciones matemáticas, en algunas variables; se utilizaron diferencias logarítmicas para volver a las series estacionarias y se renombraron para la estimación, como a continuación se muestra:

**Tabla 4.6 Transformaciones matemáticas: Diferencias logarítmicas**

DLRGDPC	Diferencia logarítmica del PIB per cápita: $d(\log(Y/L))*100$ .
SKI	Diferencia logarítmica de la inversión privada: $d(\log(CSH\_I))*100$ .
SKG	Diferencia logarítmica del gasto del gobierno: $d(\log(CSH\_G))*100$ .
SH	Diferencia logarítmica del capital humano: $d(\log(HC))*100$ .
INF	Diferencia logarítmica del INPC: $d(\log(INPC))*100$ .
APER	Importaciones mas exportaciones y dividido entre el PIB real ajustado a la paridad de precio de compra.

*Fuente: Elaboración propia*

El correcto uso de estas variables, junto con una correcta técnica econométrica, nos permitirá realizar las estimaciones del modelo planteado.

#### **4.6 Técnica econométrica**

Para estimar el modelo se decidió usar datos de panel, que como ya se describió en el tercer capítulo, el uso de esta metodología de acuerdo con Baltagi (2008) tiene las siguientes ventajas:

- vi. Controlar la heterogeneidad individual.
- vii. Proveer más información (más grados de libertad).
- viii. Identificar y medir los efectos que no son detectados en modelos de sección transversal ni en modelos de series de tiempo.
- ix. Elaborar modelos de comportamiento más complejos.
- x. Elimina el sesgo de agregación.

Como se mencionó anteriormente las estimaciones se realizan para 8 economías de Latinoamérica seleccionadas por ser economías en desarrollo y presentar comportamientos

similares en algunas variables del modelo (Anexo 3), además de encontrar los datos disponibles necesarios para la técnica de Datos de Panel que incluyen la dimensión temporal de 1951 a 2014 y la dimensión transversal de las variables de los 8 países, necesarias para estimar el modelo. El resultado es un panel de datos con un total de 64 periodos observados para cada variable y 8 países analizados, es decir que se obtuvieron 512 datos para cada variable del modelo.

Para medir la variabilidad o incertidumbre de la inflación de cada país como serie de tiempo, se hace uso de los modelos GARCH generalizados por Bollerslev (1986) quien siguiendo la nueva clase de procesos estocásticos introducidos por Engle (1982)<sup>4</sup> propone que la varianza condicional depende no solo de los cuadrados de las perturbaciones, como planteo Engle, sino además, de las varianzas condicionales de períodos anteriores.

Adicionalmente, se usan variables dummies para capturar los siguientes efectos sobre la incertidumbre inflacionaria:

- i. Política monetaria de Metas de Inflación que se ha ido adoptando por los países latinoamericanos en las ultimas 2 décadas.
- ii. Cambios estructurales en las economías latinoamericanas desde 1951 hasta 2014.

La versión aumentada del modelo MRW que incluye a la inflación y a su incertidumbre como determinantes del crecimiento económico se representa:

$$y_{it} - y_{it-1} = \alpha y_{t-1} + \beta_2 INF_{it} + \beta_3 INFUN_{it} + \beta_4 X_{it} + \mu_{it} \quad (4.8)$$

Y que se puede escribir de la siguiente forma:

---

<sup>4</sup>Al trabajar con pronósticos de series de tiempo financieras, como precios accionarios, tasas de inflación y tasas de cambio de divisas, Engle observó que era necesario prestar atención a la autocorrelacion que podía existir de la varianza  $\sigma^2$  en el tiempo t respecto de sus valores rezagados uno o más periodos e introduce una nueva clase de procesos estocásticos llamados modelos ARCH, en los cuales la varianza condicionada a la información pasada no es constante, y depende del cuadrado de las innovaciones pasadas.

$$y_{it} = (1 + \alpha)y_{t-1} + \beta_2 INF_{it} + \beta_3 INFUN_{it} + \beta_4 X_{it} + \mu_{it} \quad (4.9)$$

Donde  $X_{it}$ , son las variables independientes de la ecuación (4.7) de MRW, además de las variables dummies utilizadas para capturar el impacto de las metas de inflación y cambios estructurales.

En la ecuación (2) se plantea la posible simultaneidad que existe entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria, por lo que la inflación puede representarse de la siguiente forma:

$$INF_{it} = \delta_1 INFUN_{it} + \varepsilon_{it} \quad (4.10)$$

Y la incertidumbre inflacionaria queda representada en función de la inflación:

$$INFUN_{it} = \delta_1 INF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (4.11)$$

Por lo anterior en esta versión ampliada del modelo MRW se busca plantear un modelo de ecuaciones simultáneas que incluya el efecto de la simultaneidad entre el crecimiento, inflación e incertidumbre inflacionaria, representado en el sistema de ecuaciones (4.12).

$$(4.12) \left\{ \begin{array}{l} y_{it} = (1 + \alpha)y_{t-1} + \beta_2 INF_{it} + \beta_3 INFUN_{it} + \beta_4 X_{it} + \mu_{1it} \quad (4.12.1) \\ INF_{it} = \beta_5 INFUN_{it} + \varepsilon_{it} \quad (4.12.2) \\ INFUN_{it} = \beta_7 INF_{it} + \varepsilon_{it} \quad (4.12.3) \end{array} \right.$$

## 4.7 Resultados

Para obtener los resultados de las estimaciones, se utilizó el programa E-views 10, siguiendo con la metodología descrita anteriormente, se emplearon los modelos GARCH para obtener la estimación de la incertidumbre inflacionaria de cada economía, del conjunto de países seleccionados de América Latina. Una vez obtenido los resultados de la incertidumbre inflacionaria (Anexo 2), dichos valores se utilizaron para la estimación del modelo propuesto.

### 4.7.1 Estimación del modelo

Usando datos de panel se estimó la primera ecuación del sistema. En la tabla 4.7 se muestran los resultados de la estimación del modelo ampliado de MRW.

**Tabla 4.7 Resultados de la estimación modelo propuesto mediante datos de panel  
(modelo Pool)**

<b>Variable Dependiente: DLRGDPC</b>	<b>Resultados de la Estimación</b>
CONSTANTE	2.177837*** (0.776805)
DLRGDPC(-1)	0.247668 *** (0.041890)
SKI	0.062842 *** (0.018913)
SKG	-0.108607 *** (0.037583)
SH	-0.524970 (0.384870)
N	0.078821 (0.260812)
INF	-0.028633 *** (0.010447)
INFUN	0.000251 ** (0.000124)
DUMIT	1.231570 ** (0.581156)
APER	0.025361 *** (0.025361)
Periodos incluidos	62
Cortes transversales incluidos	8
Total de observaciones en panel de Datos	491
$R^2$ Ajustada	0.246682
SE	4.2111348
F-static	18.82845
Durbin-Watson	1.993339

*Notas: Errores estándar en paréntesis.*

\* *Estadísticamente significativo al 10%.*

\*\* *Estadísticamente significativo al 5%.*

\*\*\* *Estadísticamente significativo al 1%.*

La evidencia empírica, presenta:

**1.- Elementos que apoyan el modelo MRW:** La constante y el rezago del producto per cápita son estadísticamente significativos, la inversión privada es estadísticamente significativa y con el signo esperado,

**2.- Tasa de ahorro del gobierno:** Los resultados de la estimación indican que este gasto del gobierno es estadísticamente significativa, pero con signo negativo, lo que podría indicar una orientación equivocada de la inversión, es decir, la posible existencia de gastos corrientes en sueldos y salarios, en lugar de gastos de capital, en inversión física e inversión financiera.

**3.- Capital humano:** El resultado resulta ser un coeficiente estadísticamente no significativo, al contrario de lo que plantea el MRW, sin embargo presenta signo negativo, lo cual sugeriría una pobre capacitación del capital humano, que a su vez se relaciona con un gasto de capital del gobierno negativo, lo cual apunta que en países de Latinoamérica el capital humano basado en años de escolaridad no es un factor que influye en el crecimiento de la producción.

**4.- Crecimiento de la población:** Al igual que el capital humano, el coeficiente resulta ser no significativo y se asumiría que para la región de Latinoamérica, el crecimiento de la población no es un determinante en el crecimiento económico.

**5.- Inflación:** Existe evidencia empírica que prueba un efecto inversamente proporcional de la inflación sobre el crecimiento económico, apoyando a los hallazgos de Judson y Orphanides (1999), al igual que de Barro (2013), esta relación inversamente proporcional, podría sustentar a las decisiones de políticas macroeconómicas que tienen como objetivo mantener la inflación en niveles bajos para fomentar el crecimiento económico.

**6.- Incertidumbre inflacionaria:** Presenta un signo positivo en el coeficiente estimado, lo que hace evidenciar que la incertidumbre inflacionaria incide directa y positivamente en el crecimiento de la producción, aludiendo a lo obtenido por Dotsey y Sarte (2000), lo que podría estar evidenciando que a través de generar incertidumbre inflacionaria o especulación, se está logrando mantener cierto crecimiento moderado, suponiendo una aversión al riesgo donde más incertidumbre inflacionaria aumenta el ahorro y, por lo tanto, la inversión y crecimiento.



**7.- Variable dummy para registrar el cambio al régimen de metas de inflación:** Muestra que la adopción de dichas metas ha resultado en un efecto positivo en el crecimiento económico de los países latinoamericanos, se evidencia nuevamente que las políticas para mantener bajas las tasas de inflación, contribuyen a un crecimiento en el producto. Si consideramos que las economías en desarrollo estables, que tienen políticas monetarias basadas en metas de inflación, tienen un objetivo promedio en torno a 2 %, con un rango para la inflación meta que va por lo general entre 0 y 3 %, al que se le agrega un margen de tolerancia, el mantener un nivel de inflación baja y estable podría asegurar algunos efectos positivos en la economía, puesto que una inflación baja promueve el uso eficiente de los recursos productivos, por el contrario, cuando la inflación es alta las empresas deben destinar más recursos al manejo de su portafolio para evitar pérdidas financieras; estos son usos improductivos que no generan riqueza a la sociedad.

**8.- Apertura comercial:** Presenta un signo positivo y estadísticamente significativo, esto demuestra que la capacidad que un país tiene para comercial con el resto del mundo, beneficia a su economía y al crecimiento de su producción, pues el tener oportunidades internas para poder participar en un mercado internacional, incentiva el uso de nuevos recursos productivos.

En esta regresión, el coeficiente de determinación es de 0.24. En la matriz de correlaciones no se observa multicolinealidad entre las variables del modelo, la prueba de autocorrelación de Durbin-Watson muestra que no existe el problema de la autocorrelación, la prueba de White realizada en E-views 9 muestra ausencia de heterocedasticidad. Aun que el modelo no es del todo exitoso, revela la particularidad de la relación entre la inflación y su incertidumbre con el crecimiento económico.

Cabe señalar, que los modelos estimados con panel de datos de efectos fijos y efectos aleatorios, resultaron ser básicamente los mismo y por ello se decidió presentar solo el modelo pool.

El modelo anterior da pauta para analizar la posible simultaneidad entre la inflación, la incertidumbre inflacionaria y el crecimiento económico, por lo que se propone mejorar los

resultados con la estimación del sistema de ecuaciones (4.12) anteriormente planteado<sup>5</sup>. Con el método de estimación de regresiones aparentemente no relacionadas o Seemingly unrelated regressions (SUR), por sus siglas en inglés, se estimó el sistema de ecuaciones, en la tabla 4.8, 4.9 y 4.10 se observan los resultados.

**Tabla 4.8 Resultados de la estimación del MES propuesto (MODELO SUR, ESTIMADO MEDIANTE MC2E, Ecuación 1)**

<b>Variable Dependiente: DLRGDPC</b>	<b>Resultados de la Estimación</b>
CONSTANTE	3.067418*** (0.652426)
DLRGDPC(-1)	0.244748*** (0.041896)
SKI	0.065241*** (0.013908)
SKG	-0.087634*** (0.023062)
SH	-0.396557 (0.407513)
N	-0.293140 (0.244027)
INF	-0.023901*** (0.005737)
INFUN	0.000141 (0.000117)
Total de observaciones en panel de Datos	491
R <sup>2</sup> Ajustada	0.179954
SE	4.280210
Durbin-Watson	1.994218

*Notas: Errores estándar en paréntesis.*

\* *Estadísticamente significativo al 10%.*

\*\* *Estadísticamente significativo al 5%.*

\*\*\* *Estadísticamente significativo al 1%.*

<sup>5</sup> Cabe mencionar, que el modelo pool contiene todas las variables propuestas en el modelo para su análisis, con el fin de contrastar las coherencias y diferencias de los resultados empíricos, con la teoría planteada como base del análisis. En el Anexo 4 se estima el modelo pool optimizándolo solo con las variables que resultaron ser estadísticamente significativas, usando el método iterativo de stepwise de selección de variables óptimas, con ayuda del software Eviews.

Sobre los resultados de la estimación de la primera ecuación del MES planteado<sup>6</sup>:

- 1.-Es importante destacar que la constante, el rezago del producto per cápita, la inversión privada y el gasto del gobierno son estadísticamente significativos, aunque el gasto del gobierno sigue presentando un signo negativo.
- 2.- El capital humano y tasa del crecimiento de la población, al igual que en el modelo pool, siguen siendo estadísticamente no significativos, además de presentar signos negativos.
- 3.-La inflación es un determinante del crecimiento y tiene signo negativo, lo cual probaría que a mayor inflación menor crecimiento de la producción,
- 4.-Por otra parte la incertidumbre inflacionaria que se esperaba también fuera un determinante del crecimiento económico, en la estimación del MES propuesto, es una variable no significativa pero si presenta el signo negativo esperado, esto muestra que la incertidumbre inflacionaria no es un factor importante en países de américa latina, o que en realidad esta incertidumbre tiene una simultaneidad con la inflación lo que se traduciría en que se debe mantener la inflación baja en países Latinoamericanos.

Esta simultaneidad se puede observar en las tablas 4.9 y 4.10 con las estimaciones de las ecuaciones 1 y 2 respectivamente:

**Tabla 4.9 Resultados de la estimación del MES propuesto (MODELO SUR, ESTIMADO MEDIANTE MC2E, Ecuación 2)**

Variable Dependiente: INF	Resultados de la Estimación
CONSTANTE	-0.989665 (1.990877)
SQ INFUN	1.356857*** (0.073193)
Total de observaciones en panel de	491

<sup>6</sup> Al igual que en el modelo pool, se decidió mantener todas las variables en el MES propuesto para su análisis, en el Anexo 5 se incluye un optimización de dicho MES que contiene solo las variables estadísticamente significativas.

Datos	
$R^2$ Ajustada	0.152384
SE	37.06019

Notas: Errores estándar en paréntesis.

\* Estadísticamente significativo al 10%.

\*\* Estadísticamente significativo al 5%.

\*\*\* Estadísticamente significativo al 1%.

**Tabla 4.10 Resultados de la estimación del MES propuesto (MODELO SUR, ESTIMADO MEDIANTE MC2E, Ecuación 3)**

Variable Dependiente: INFUN	Resultados de la Estimación
CONSTANTE	-101.8969 (82.54102)
INF	37.62701*** (1.722691)
Total de observaciones en panel de Datos	491
$R^2$ Ajustada	0.193907
SE	1733.305

Notas: Errores estándar en paréntesis.

\* Estadísticamente significativo al 10%.

\*\* Estadísticamente significativo al 5%.

\*\*\* Estadísticamente significativo al 1%.

1.- La tabla 4.9 muestra resultados estadísticamente significativos a favor de la hipótesis de Cukierman y Meltzer, quienes sugieren que la incertidumbre inflacionaria podría causar una mayor inflación, debido a que la baja credibilidad de las políticas, la ambigüedad de los objetivos y la mala calidad del control monetario que caracteriza a los formuladores de políticas aumentan la tasa promedio de inflación. La autoridad monetaria genera incertidumbre inflacionaria, en un esfuerzo por estimular el crecimiento económico; esto a su vez conduce a aumentos en el nivel de inflación. En este contexto, una mayor incertidumbre inflacionaria genera una mayor inflación y es evidencia de un banco central *oportunista* o *miope*.

2.- La literatura que explora la relación entre la inflación y la incertidumbre inflacionaria se centra en la estimación empírica de esta última para ajustarla a la definición de incertidumbre

establecida por Friedman-Ball (1992), la incertidumbre inflacionaria es la varianza del componente no predecible de un pronóstico de la inflación, es decir, la varianza condicional de la inflación. Se utilizó un modelo de Heteroscedasticidad Condicional Autorregresiva Generalizado (GARCH), para proporcionar estimaciones de la varianza condicional, y al mismo tiempo, evaluar el impacto de la incertidumbre inflacionaria sobre la inflación.

**3.-** Por su parte, la tabla 4.10 reporta estimaciones robustas de los parámetros de la ecuación (4.12.3), lo cual es consistente con la hipótesis desarrollada por Friedman (1977) y formalizada de manera matemática por Ball (1992). Antes de la publicación del documento seminal de Friedman, el profesor Okun (1971) sugirió que las economías con altas tasas de inflación también experimentarían una alta volatilidad de la inflación, debido a la incertidumbre futura de las políticas monetarias. Cuando Friedman recibió el premio nobel en 1977, expuso cómo un aumento en la tasa promedio de inflación conduce a una mayor incertidumbre sobre la tasa de inflación futura, posteriormente Ball (1992) desarrolló un modelo económico utilizando una perspectiva de juego asimétrico entre el público y el banco central (autoridad monetaria). El modelo de Ball asume dos tipos de políticos en un contexto de presión a la alza del incremento de precios; uno está dispuesto a tolerar una recesión para reducir la inflación, y el otro no. Cuando se presenten altos niveles de inflación, solo el formulador de políticas anti-inflacionarias asumirá los costos económicos de la desinflación. Además un elemento adicional de incertidumbre debe ser agregado ya que los índices de precios son imperfectos; y generalmente se aplican a los términos del contrato solo con un retraso adicional.

**4.-** El coeficiente de la inflación pasada es positivo y estadísticamente significativo para la muestra seleccionada. Esto representa evidencia de que la incertidumbre inflacionaria se encuentra fuertemente determinada por la inflación rezagada un periodo. Y que el formulador de la política monetaria ha buscado disminuir la inflación, mediante la implementación de un régimen de metas de inflación que comenzó a operar en México a partir del año 2001, con la intención de mantener la inflación estable en 3% con una variación de un punto porcentual por arriba y por debajo de esta meta.

## CONCLUSIONES

La investigación realizada sobre inflación e incertidumbre inflacionaria como determinantes del crecimiento de la producción, en 8 países de Latinoamérica, produjo tres resultados importantes.

En primer lugar, la evidencia empírica presenta elementos que apoyan el modelo MRW donde el rezago del producto per cápita así como la inversión privada influyen directa y positivamente en el crecimiento del producto, el modelo sugiere que el gasto del gobierno tiene una orientación equivocada de la inversión, es decir, los gastos corrientes en sueldos y salarios, han desplazado al gasto de capital, impidiendo el incremento en inversión física e inversión financiera. También se manifestó que en países de Latinoamérica el capital humano basado en años de escolaridad no es un factor que influye en el crecimiento de la producción, la relación entre el ingreso e índice de capital humano, basado en años de escolaridad, parece ser de tipo vertical, lo cual indica que no importa si los individuos presentan una mayor preparación académica, pues esto no se verá reflejado en un incremento de su ingreso. Además se comprobó que, la apertura comercial de esta economía, iniciada en los años noventa, ha beneficiado directamente el crecimiento en el producto de las economías que iniciaron la implementación del modelo aperturista de crecimiento por exportaciones. Aunque debe señalarse que, este resultado positivo no debe entenderse como un sinónimo de industrialización creciente; por el contrario las economías latinoamericanas tendieron hacia una desindustrialización prematura aún antes de que su ingreso per cápita alcanzara un nivel cercano al de países avanzados (Salama, 2012). La mayoría de estas economías tendieron a “*primarizarse*” considerablemente; otras se especializaron en la exportación de productos manufacturados de ensamblaje (maquilas), con muy poco valor agregado. Todas las economías tuvieron como factor común la poca o nula incorporación a su aparato productivo de componentes reales de investigación y desarrollo. Si bien en conjunto las economías latinoamericanas presentaron indicadores positivos en las exportaciones, también es cierto que su crecimiento no se traduce de igual forma en el impulso del PIB.

En el actual contexto de globalización en el que las fuerzas del mercado fijan los precios y orientan las inversiones de manera libre existen amplias probabilidades de que se presente un proceso de desindustrialización como el que ha ocurrido en las economías de América Latina. Sin embargo una posible reindustrialización dependería de la forma en que sea conducida la apertura por parte del Estado mediante su intervención en distintas variables prioritarias como el tipo de cambio, las tasas de interés, la política de subsidios dirigidos, la conducción de la infraestructura mediante políticas proteccionistas y orientadas. Con estos elementos en mente se debe comenzar la recuperación de la industrialización en la región latinoamericana. CEPAL (2012) reconoce que el movimiento hacia nuevos sectores no aparece espontáneamente, como resultado del sistema de precios bajo libre mercado, sino que requiere la intervención del Estado para lograrlo.

Se evidencia que la incertidumbre inflacionaria incide directa y positivamente en el crecimiento de la producción, aludiendo a lo señalado por Dotsey y Sarte (2000), lo que podría estar evidenciando que a través de generar incertidumbre inflacionaria o especulación, se está logrando mantener cierto crecimiento moderado, suponiendo una aversión al riesgo donde más incertidumbre inflacionaria aumenta el ahorro y, por lo tanto, la inversión y crecimiento. No obstante se debe tener muy presente que la incertidumbre inflacionaria nubla la planificación económica racional de largo plazo, lo cual favorece al capital financiero frente al capital productivo e induce el desarrollo de prácticas especulativas defensivas (Weintraub, 1978: 29-33).

En segundo lugar, al analizar el impacto de la inflación sobre el crecimiento económico se encontró que la adopción del régimen de metas de inflación en países de Latinoamérica, al parecer, ha resultado en un efecto positivo en el crecimiento de sus economías, pues se evidencia que las políticas para mantener bajas y estables las tasas de inflación, han contribuido a un crecimiento en el producto. Se comprobó un efecto inversamente proporcional de la inflación sobre el crecimiento económico, apoyando los hallazgos de Judson y Orphanides (1999), al igual que de Barro (2013), esta relación inversamente proporcional, sustenta las decisiones de políticas macroeconómicas que tienen como objetivo mantener la inflación en niveles bajos para fomentar el crecimiento económico. No obstante,

se debe aclarar que este objetivo se ha podido lograr a costa de una política de apreciación de la moneda que ha fungido como el ancla nominal de la economía, en conjunto con la política monetaria de tasas de interés.

Por su parte, se encontraron resultados consistentes con la hipótesis desarrollada por Friedman (1977) y formalizada de manera matemática por Ball (1992), y que refiere a que un aumento en la tasa promedio de inflación conduce a una mayor incertidumbre sobre la tasa de inflación futura. Se asume dos tipos de políticos en un contexto de presión a la alza del incremento de precios; uno está dispuesto a tolerar una recesión para reducir la inflación, y el otro no. Aunado al punto anterior, cuando se presentan altos niveles de inflación, solo el formulador de políticas anti-inflacionarias asumirá los costos económicos de la desinflación. De igual forma se pudo comprobar el cumplimiento de la hipótesis de Cukierman-Meltzer que evidencia como las economías latinoamericanas han seguido una política de tipo “*oportunista*” o miope. La autoridad monetaria ha buscado generar incertidumbre inflacionaria, mediante la aplicación de políticas monetarias de corte expansivo, en un esfuerzo por estimular el crecimiento económico lo cual ha derivado en aumentos en el nivel de inflación que generalmente se buscan compensar con una disminución en el tipo de cambio, es decir, mediante una apreciación cambiaria.

En tercer lugar, la investigación también ilustra sobre:

- 1) Las ideas de los principales autores que han sido protagonistas de la ciencia económica a lo largo de la historia; y que han influido en las ideas o creencias de las diferentes escuelas del pensamiento económico.
- 2) Se describieron los principales problemas de estimación como la multicolinealidad, la autocorrelación, la heterocedasticidad y los errores de especificación, la forma en que se detectan estos problemas, sus consecuencias y sus posibles soluciones. Además se detallaron los criterios para la selección de modelos óptimos: Bondad de ajuste, Criterio de información de Akaike y el criterio de información de Schwarz.
- 3) Se analizaron los temas fundamentales de los modelos de ecuaciones simultáneas, se describió la Endogeneidad y la Causalidad, la cointegración, así como la notación



general de los modelos de ecuaciones simultáneas. Para una correcta especificación del modelo, se abordó el problema de la especificación que identifican a un modelo mediante la condición de orden y de rango. Se mostraron los diferentes métodos de estimación MCO, MCI y MC2E que son usados por los investigadores contemporáneos y que permiten obtener estimadores consistentes dependiendo de las características del modelo planteado.

- 4) Se presentaron las particularidades de la técnica de Panel de Datos, sus ventajas de uso y sus técnicas de estimación.

## ANEXOS

### Anexo 1. Programa en R para el análisis de estacionariedad (Pruebas de Raíz Unitaria) y la estimación de la Incertidumbre Inflacionaria.

```
#Paso 1: Análisis de Estacionariedad y
Estacionalidad
# Descomposición de la serie en sus
componentes : tendencia, estacionalidad
y ruido.
plot(stl((inpc),          s.window=4,
t.window=12))
# Correlograma simple y correlograma
parcial
tsdisplay(inpc, lag.max=60, main =
"Índice Nacional de Precios al
Consumidor")
#Prueba de Raíz unitaria
urdfTest(inpc, lags = 1, type = c("nc"),
doplot = T)
urdfTest(inpc, lags = 1, type = c("c"),
doplot = T)
urdfTest(inpc, lags = 1, type = c("ct"),
doplot = T)
#Transformación de diferencias
logarítmicas y sus respectivas pruebas
"inf"
plot(stl((inf), s.window=4, t.window=12))
tsdisplay(inf, lag.max=60, main =
"Correlograma Diferencia(log(INPC))")
urdfTest(inf, lags = 2, type = c("nc"),
doplot = F)
urdfTest(inf, lags = 1, type = c("c"),
doplot = F)
urdfTest(inf, lags = 1, type = c("ct"),
doplot = F)
#-----
#Paso 2: Identificación del proceso
ARIMA
# R cuenta con la función "auto.arima"
del paquete "forecast" la cual selecciona
automáticamente el orden del proceso
```

```
ARIMA minimizando el Criterio AIC y/o
BIC
arima_inf=auto.arima(inf,      max.p=12,
max.q=12,      max.P=12,      max.Q=12,
max.d=1, max.D=1, start.p=1, start.q=1,
start.P=1,      start.Q=1,stationary=T      ,
seasonal=T,      ic=c("bic"),stepwise=T,
test=c("kpss"), seasonal.test=c("ocsb"))
arima_inf
#El comando "auto.arima" indica que se
trata de un proceso:
#ARIMA (2,0,1)x(3,0,0)[12] with drift
para "inf"
#-----
# Paso 3: Estimación del modelo
(modelos)
# Usamos el comando "Arima "para
realizar inferencia estadística; se
especifica el modelo obtenido en el Paso
2, y otros dos modelos propuestos.
model1<-summary(inf.arima1<-
Arima(inf,          order=c(2,0,1),
seasonal=c(3,0,0),include.mean=F,
include.drift=F,      include.constant=F,
method=c("CSS")))
model2<-summary(inf.arima2<-
Arima(inf,          order=c(3,0,1),
seasonal=c(3,0,0),include.mean=F,
include.drift=F,      include.constant=F,
method=c("CSS")))
model3<-summary(inf.arima3<-
Arima(inf,          order=c(1,0,1),
seasonal=c(3,0,0),include.mean=F,
include.drift=F,      include.constant=T,
method=c("CSS")))
model4<-summary(inf.arima4<-
Arima(inf,          order=c(2,0,0),
seasonal=c(3,0,0),include.mean=F,
```

```

include.drift=F,      include.constant=F,
method=c("CSS"))
model5<-summary(inf.arima5<-
Arima(inf,              order=c(2,0,2),
seasonal=c(3,0,0),include.mean=F,
include.drift=F,      include.constant=T,
method=c("CSS")))
model6<-summary(inf.arima6<-
Arima(inf,              order=c(2,0,1),
seasonal=c(2,0,0),include.mean=F,
include.drift=F,      include.constant=T,
method=c("CSS")))
model7<-summary(inf.arima7<-
Arima(inf,              order=c(2,0,1),
seasonal=c(4,0,0),include.mean=F,
include.drift=F,      include.constant=T,
method=c("CSS")))
#-----
#Paso 4: Verificación del Modelo.
#Se grafican los residuos del modelo
óptimo, sus correlograma Simple y
Parcial, se aplica un a prueba de raíz
unitaria, y otra prueba de No
autocorrelación.
residuos<-(residuals(inf.arima1))
tsdisplay(residuos)
urdfTest(residuos, lags = 1, type =
c("nc"), doplot = F)
urdfTest(residuos, lags = 1, type = c("c"),
doplot = F)
urdfTest(residuos, lags = 1, type = c("ct"),
doplot = F)
Box.test(residuos, lag=1, type="Ljung")
Box.test(residuos, lag=2, type="Ljung")
Box.test(residuos, lag=3, type="Ljung")
Box.test(residuos, lag=4, type="Ljung")

```

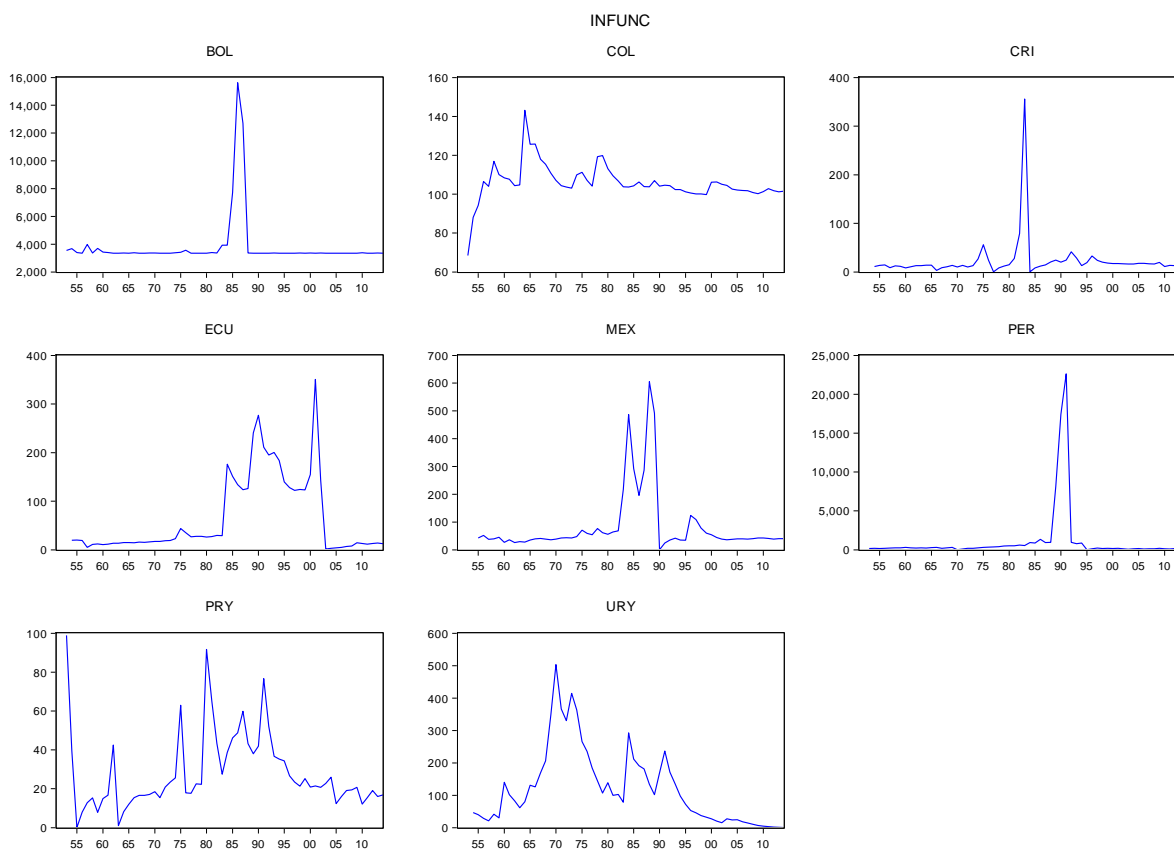
```

Box.test(residuos, lag=5, type="Ljung")
Box.test(residuos, lag=1, type="Box")
Box.test(residuos, lag=2, type="Box")
Box.test(residuos, lag=3, type="Box")
Box.test(residuos, lag=4, type="Box")
Box.test(residuos, lag=5, type="Box")
#-----
#Paso 5: Identificación de Volatilidad
plot.ts(inf)
r1<-lm(inf~1)
summary(r1)
#obtenemos los residuos
res<-(residuals(r1))      # resid<-
(r1$residuals)
rests<-ts(res,start=c(1969,1),freq=12)
rests2<-rests^2
plot.ts(rests2,          ylab="Perturbaciones
cuadraticas", xlab="Tiempo")
grid(lty=1, col=gray(.9))
tsdisplay(rests2, lag.max=60, main =
"Correlograma Residuos Cuadráticos")
grid(lty=1, col=gray(.9))
rests2r1<-lag(rests2,-1)
rests2r2<-lag(rests2,-2)
rests2r3<-lag(rests2,-3)
rests2r4<-lag(rests2,-4)
rests2r5<-lag(rests2,-5)
d<-
ts.union(rests2,rests2r1,rests2r2,rests2r3,r
ests2r4,rests2r5)
m1<-
lm(rests2~rests2r1+rests2r2+rests2r3+rest
s2r4, data=d)
summary(m1)
dwtest(m1)

```

## Anexo 2. Resultados obtenidos de la incertidumbre inflacionaria

**Figura A2.1 Graficas comparativas de los resultados de la Incertidumbre inflacionaria**



*Fuente: Elaboración propia*

**Tabla A2.1 Resultados de la estimación de la incertidumbre inflacionaria para las economías seleccionadas**

Año	Bolivia	Colombia	Costa Rica	Ecuador	Mexico	Peru	Paraguay	Uruguay
1953	3241.52151	49.0353662	89.0847041	89.0847041	247.281784	240.853652	29.0501205	87.3805047
1954	3433.55021	47.9445046	92.7401524	92.7401524	309.737384	416.508973	25.8740837	90.0820831
1955	3083.25694	46.8010783	92.9450564	92.9450564	335.449668	547.62568	35.4381908	68.4409116

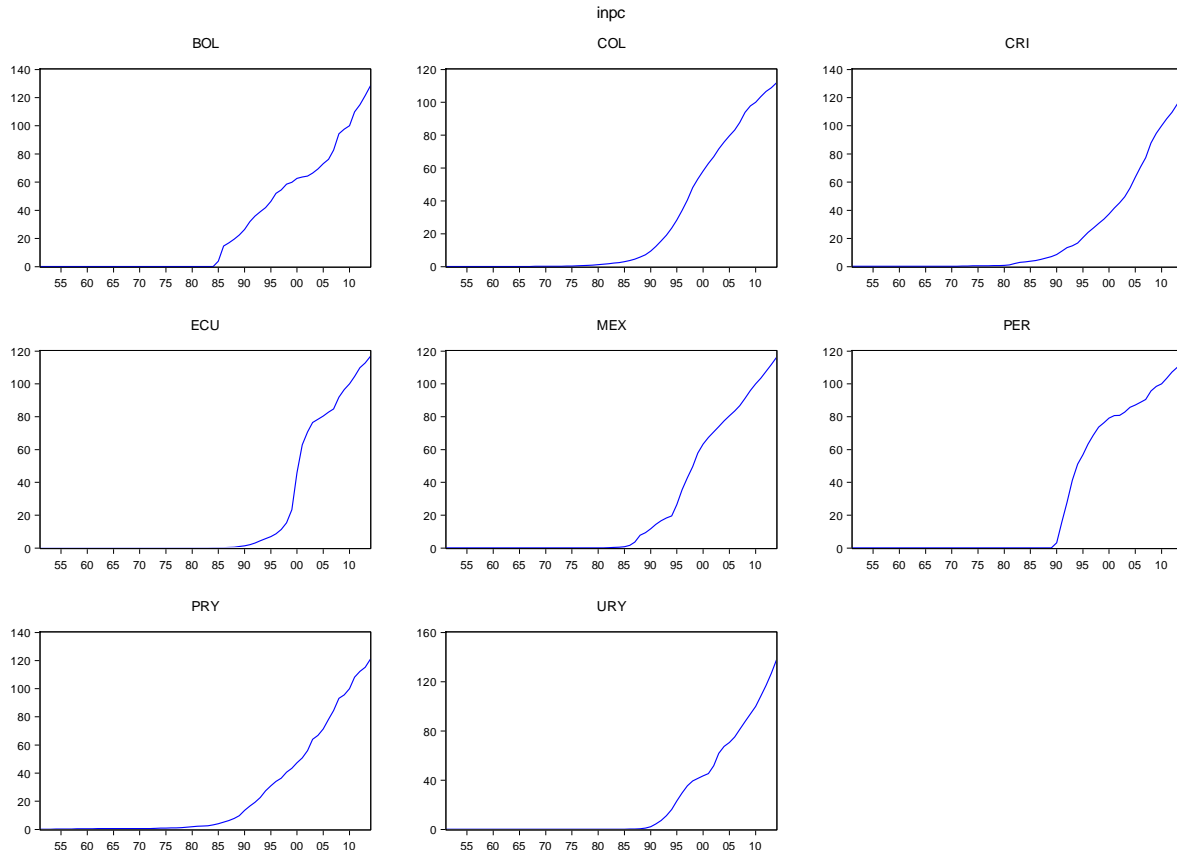
1956	2942.84741	45.7307513	92.9565422	92.9565422	345.809892	645.496846	27.034396	69.533298
1957	3962.1744	44.6296003	92.957186	92.957186	350.070124	718.552104	26.5046439	80.0006563
1958	2928.18085	43.6806285	92.9572221	92.9572221	351.93879	773.083701	25.0337856	90.850468
1959	3222.41804	42.5987757	92.9572242	92.9572242	352.628171	813.788436	32.6161326	64.5448954
1960	3044.78907	41.5527294	92.9572243	92.9572243	352.872856	844.172206	26.3444893	198.547825
1961	2971.30646	40.5190189	92.9572243	92.9572243	353.073341	866.851962	35.9268915	48.3659798
1962	2927.91956	39.4984017	92.9572243	92.9572243	353.147012	883.78111	41.5104912	130.359062
1963	2935.36183	38.5001074	92.9572243	92.9572243	353.192153	896.417757	55.2014675	79.1174042
1964	2946.00198	37.9052062	92.9572243	92.9572243	353.209998	905.850295	25.8850262	106.353749
1965	2932.3756	36.9326177	92.9572243	92.9572243	353.215002	912.891148	27.0825421	156.837508
1966	2956.02815	36.052909	92.9572243	92.9572243	353.218513	918.146744	25.0473843	114.297671
1967	2928.34578	35.1571105	92.9572243	92.9572243	353.221219	922.069748	26.5517798	194.016818
1968	2928.12484	34.2617024	92.9572243	92.9572243	353.220988	924.998047	27.7267597	215.315167
1969	2939.1073	33.3556194	92.9572243	92.9572243	353.222024	927.183856	27.3783792	403.808087
1970	2935.43401	32.4627838	92.9572243	92.9572243	353.221993	928.815438	25.4730036	1644.2562
1971	2930.62436	31.5859367	92.9572243	92.9572243	353.218225	930.033321	31.1895477	64.6345975
1972	2933.77867	25.3962499	92.9572243	92.9572243	353.221676	930.942402	25.929667	171.236842
1973	2928.53719	24.6636002	92.9572243	92.9572243	353.223138	931.620979	26.4179975	272.015004
1974	2992.35106	24.0031157	92.9572243	92.9572243	353.151269	932.127498	27.5083982	187.91898
1975	3046.12848	23.3182093	92.9572243	92.9572243	353.005349	932.505586	54.4796075	66.4323927
1976	3118.45972	22.6107832	92.9572243	92.9572243	353.085925	932.787806	47.2182629	142.733585
1977	2931.69141	21.9163481	92.9572243	92.9572243	353.163654	932.998468	26.6448204	128.005951
1978	0.03219997	21.3783831	92.9572243	92.9572243	352.965965	933.155716	37.5504426	66.680251
1979	2927.92357	20.7961989	1.3684E-05	1.3684E-05	1.53406819	933.273092	25.4669651	69.4562686
1980	2935.02418	20.1542606	87.7465605	87.7465605	209.917526	933.360706	74.0249497	154.801049
1981	3025.73804	19.5187208	92.6651435	92.6651435	294.726433	933.426105	25.8478677	68.0284046
1982	2931.6279	18.8877387	92.9408519	92.9408519	329.371758	933.474922	27.2729278	258.587315
1983	3806.22853	18.2600131	92.9563065	92.9563065	342.573558	933.511361	31.583405	93.8845032
1984	3963.232	17.6550215	92.9571728	92.9571728	347.585646	933.538561	33.2609189	377.542726
1985	9862.69131	17.060479	92.9572214	92.9572214	350.637206	933.558864	36.9537563	63.9803918
1986	22827.0713	16.5139396	92.9572241	92.9572241	352.169991	933.574019	38.3544776	124.28146
1987	7281.2584	15.9325271	92.9572243	92.9572243	352.086213	933.585331	48.6821546	159.232075
1988	3040.80729	10.0240244	92.9572243	92.9572243	0.00057697	933.593775	25.0365137	74.8704095
1989	2941.52603	9.59697986	92.9572243	92.9572243	209.298263	933.600078	30.5644749	78.2800774
1990	2929.56945	9.13983572	92.9572243	92.9572243	290.32454	933.604783	37.787883	236.892017
1991	2927.99703	8.7068656	92.9572243	92.9572243	327.517807	933.608295	66.7736627	262.161683
1992	2932.25341	8.27593795	1.3684E-05	1.3684E-05	342.74726	933.610916	25.1321636	65.0916588

1993	2937.59388	7.84280272	87.7465605	87.7465605	348.924013	933.612873	26.051126	103.459399
1994	2929.14713	7.42635168	92.6651435	92.6651435	351.445064	933.614334	40.6290247	45.1263518
1995	2930.3857	7.00850531	92.9408519	92.9408519	352.492638	933.615424	30.8792606	72.3980711
1996	2927.98742	6.59846173	92.9563065	92.9563065	352.008093	933.616238	25.8261295	68.8031404
1997	2927.96353	6.19592631	92.9571728	92.9571728	352.721125	933.616845	25.5092775	111.672562
1998	2943.84717	5.80147427	92.9572214	92.9572214	352.907173	933.617299	26.0203889	98.3885312
1999	2927.93075	5.41364344	92.9572241	92.9572241	1.58593179	933.617637	27.7105968	110.643132
2000	2948.04761	5.07273317	92.9572243	92.9572243	209.939631	933.61789	27.320874	106.590773
2001	2928.26104	4.70545783	92.9572243	92.9572243	294.797757	933.618078	25.4260197	76.4729759
2002	2943.38561	4.33957225	92.9572243	92.9572243	120.26574	691.485132	25.4591196	76.5473601
2003	2933.66579	3.98075891	92.9572243	92.9572243	49.1577367	510.746658	26.3053885	76.5889165
2004	2930.98086	3.62623045	92.9572243	92.9572243	20.1852548	375.835666	28.334989	67.6380024
2005	2931.68395	3.27828374	92.9572243	92.9572243	8.38009745	275.132282	35.3330321	130.445616
2006	2930.58388	2.93678565	92.9572243	92.9572243	3.56947976	199.962934	25.1490228	72.1329437
2007	2933.79686	2.60146682	92.9572243	92.9572243	1.60969887	143.85329	25.783949	64.5488119
2008	2927.9169	2.27349244	92.9572243	92.9572243	0.81113048	101.970632	25.2279008	69.4663177
2009	2928.23846	1.95416994	92.9572243	92.9572243	0.48375688	70.7076096	25.6132402	67.7846918
2010	2954.73641	1.64023845	92.9572243	92.9572243	0.35237162	47.3715414	33.8597062	65.3754505
2011	2930.17392	1.33348713	92.9572243	92.9572243	0.29758246	29.9524936	25.0432665	67.8799654
2012	2928.16107	1.02753847	92.9572243	92.9572243	0.27594116	16.950165	25.7875079	64.3007581
2013	2943.00353	0.72669265	92.9572243	92.9572243	0.26712595	7.24466619	2.46165651	65.5122105
2014	2928.49603	0.43236655	92.9572243	92.9572243	0.2641658	6.3282E-05	0.00178512	65.3161375

*Fuente: Elaboración propia*

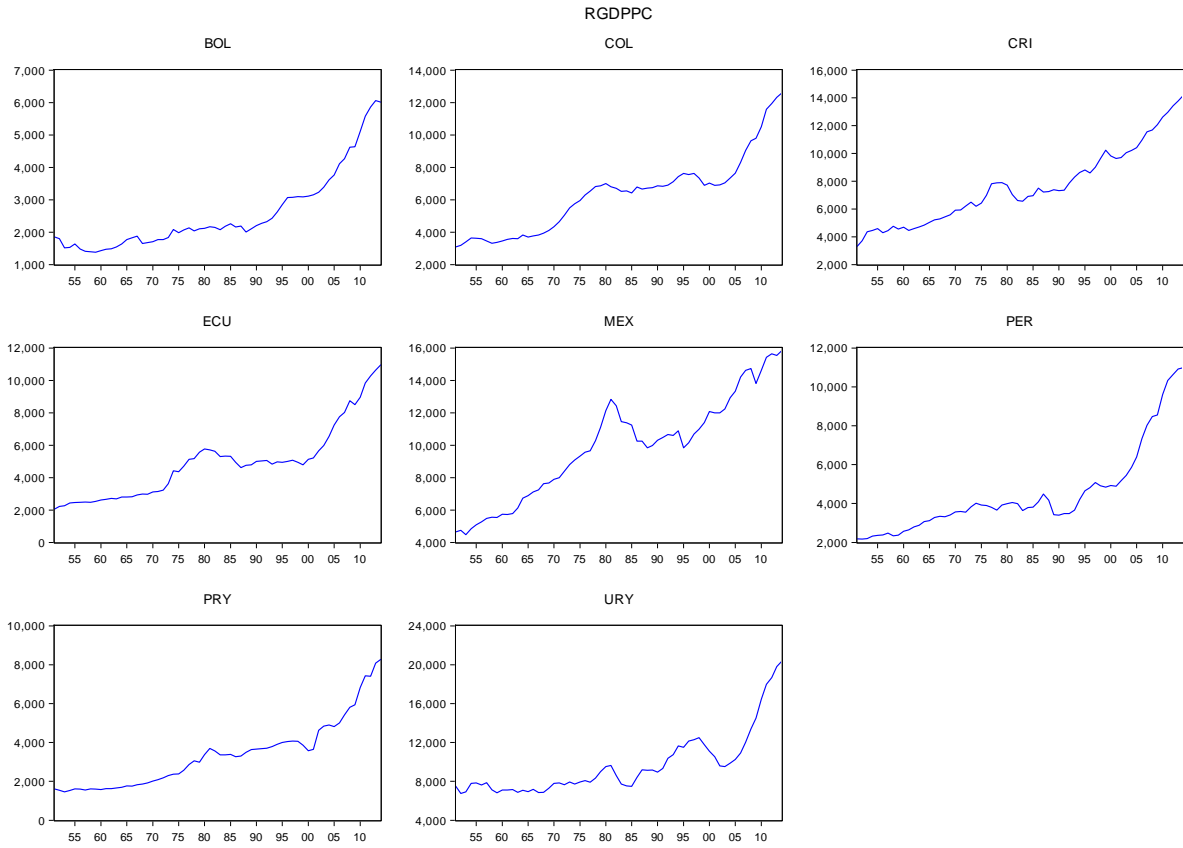
### Anexo 3. Comparación de INPC y de PIB Real para las economías seleccionadas

**Figura A3.1 Graficas comparativas de la variable INPC para las economías seleccionadas**



*Fuente: Elaboración propia*

**Figura A3.2 Graficas comparativas de la variable PIB real para las economías seleccionadas**



*Fuente: Elaboración propia*



#### Anexo 4. Optimización del modelo pool

**Tabla A4.1 Resultados de la estimación modelo propuesto mediante datos de panel, optimizado (modelo Pool)**

<b>Variable Dependiente: DLRGDPC</b>	<b>Resultados de la Estimación</b>
CONSTANTE	1.899728*** (0.271824)
DLRGDPC(-1)	0.248954*** (0.041732)
SKI	0.062227 *** (0.019059)
SKG	-0.106904 *** (0.037390)
INF	-0.029673*** (0.010212)
INFUN	0.000234 ** (0.000125)
DUMIT	1.199755** (0.499472)
APER	0.024929 *** (0.009736)
Periodos incluidos	62
Cortes transversales incluidos	8
Total de observaciones en panel de Datos	491
$R^2$ Ajustada	0.245529
SE	4.206724
F-static	23.78019
Durbin-Watson	1.997180

*Notas: Errores estándar en paréntesis.*

\* *Estadísticamente significativo al 10%.*

\*\* *Estadísticamente significativo al 5%.*

\*\*\* *Estadísticamente significativo al 1%.*

## Anexo 5. Optimización del MES planteado

Tabla A4.1 Resultados de la estimación del MES propuesto (MODELO SUR, ESTIMADO MEDIANTE MC2E, Ecuación 1) optimizado

Variable Dependiente: DLRGDPC	Resultados de la Estimación
CONSTANTE	2.146807*** (0.246218)
DLRGDPC(-1)	0.248271*** (0.041550)
SKI	0.061639*** (0.013975)
SKG	-0.095612*** (0.023123)
INF	-0.019858*** (0.004976)
Total de observaciones en panel de Datos	491
R <sup>2</sup> Ajustada	0.177499
SE	4.319078
Durbin-Watson	1.977517

Notas: Errores estándar en paréntesis.

\* Estadísticamente significativo al 10%.

\*\* Estadísticamente significativo al 5%.

\*\*\* Estadísticamente significativo al 1%.

Tabla A4.2 Resultados de la estimación del MES propuesto (MODELO SUR, ESTIMADO MEDIANTE MC2E, Ecuación 2) optimizado

Variable Dependiente: INF	Resultados de la Estimación
SQ INFUN	1.361754*** (0.057174)
Total de observaciones en panel de Datos	491
R <sup>2</sup> Ajustada	0.152232
SE	37.06351

Notas: Errores estándar en paréntesis.

\* Estadísticamente significativo al 10%.

\*\* Estadísticamente significativo al 5%.

\*\*\* Estadísticamente significativo al 1%.

Tabla A4.3 Resultados de la estimación del MES propuesto (MODELO SUR, ESTIMADO MEDIANTE MC2E, Ecuación 3) optimizado

Variable Dependiente: INFUN	Resultados de la Estimación
INF	38.42644*** (1.507470)
Total de observaciones en panel de Datos	491
$R^2$ Ajustada	0.182583
SE	1745.437

Notas: Errores estándar en paréntesis.

\* Estadísticamente significativo al 10%.

\*\* Estadísticamente significativo al 5%.

\*\*\* Estadísticamente significativo al 1%.

## Anexo 6. Programa en R para la identificación de los cambios estructurales en las variables de inflación

```
#####Se utiliza el archivo incpuy<-ts(INPC[,9],start=c(1951),freq=1)
INFLACIONLATAM.csv ##### Construimos la inflación:
install.packages("strucchange") diferencia logaritmica del INPC
install.packages("sandwich") infbo<-diff(log(inpcbo))*100
install.packages("lmtests") infco<-diff(log(inpcco))*100
install.packages("zoo") infcrr<-diff(log(inpcrr))*100
install.packages("forecast") infec<-diff(log(inpcec))*100
install.packages("tseries") infmx<-diff(log(inpcmx))*100
library(strucchange) infpe<-diff(log(inpcpe))*100
library(sandwich) infpy<-diff(log(inpcpy))*100
library(lmtest) infuy<-diff(log(inpcuy))*100
library(zoo)
library(forecast) ##### CALCULAMOS LOS CAMBIOS
library(tseries) ESTRUCTURALES PARA LAS 8
##### Importamos los datos ECONOMÍAS LATINOAMERICANAS
rm(list=ls()) #-----
INPC<-read.csv(file.choose(), header=T) #Identificación de cambios estructurales
attach(INPC) #INFLACIÓN BOLIVIA
inpcbo<-ts(INPC[,2],start=c(1951),freq=1) bp.infbo <- breakpoints(infbo ~ 1)
inpcco<-ts(INPC[,3],start=c(1951),freq=1) summary(bp.infbo)
inpccr<-ts(INPC[,4],start=c(1951),freq=1) breakdates(bp.infbo)
inpcec<-ts(INPC[,5],start=c(1951),freq=1) #-----
inpcmx<-ts(INPC[,6],start=c(1951),freq=1) #Identificación de cambios estructurales
inpcpe<-ts(INPC[,7],start=c(1951),freq=1) #INFLACIÓN COLOMBIA
inpcpy<-ts(INPC[,8],start=c(1951),freq=1) bp.infco <- breakpoints(infco ~ 1)
```

```

summary(bp.infco)
breakdates(bp.infco)
ci.inpc<-confint(bp.infco)
breakdates(ci.inpc)
ci.inpc
#-----
#Identificación de cambios estructurales
#INFLACIÓN COSTA RICA
bp.infcr <- breakpoints(infcr ~ 1)
summary(bp.infcr)
breakdates(bp.infcr)
ci.inpc<-confint(bp.infcr)
breakdates(ci.inpc)
ci.inpc
#-----
#Identificación de cambios estructurales
#INFLACIÓN ECUADOR
bp.infec <- breakpoints(infec ~ 1)
summary(bp.infec)
breakdates(bp.infec)
ci.inpc<-confint(bp.infec)
breakdates(ci.inpc)
ci.inpc
#-----
#Identificación de cambios estructurales
#INFLACIÓN MEXICO
bp.infmex <- breakpoints(infmex ~ 1)
summary(bp.infmex)
breakdates(bp.infmex)

```

```

ci.inpc<-confint(bp.infmex)
breakdates(ci.inpc)
ci.inpc
#-----
#Identificación de cambios estructurales
#INFLACIÓN PERÚ
bp.infpe <- breakpoints(infpe ~ 1)
summary(bp.infpe)
breakdates(bp.infpe)
#-----
#Identificación de cambios estructurales
#INFLACIÓN PARAGUAY
bp.infpy <- breakpoints(infpy ~ 1)
summary(bp.infpy)
breakdates(bp.infpy)
ci.inpc<-confint(bp.infpy)
breakdates(ci.inpc)
ci.inpc
#-----
#Identificación de cambios estructurales
#INFLACIÓN URUGUAY
bp.infuy <- breakpoints(infuy ~ 1)
summary(bp.infuy)
breakdates(bp.infuy)
ci.inpc<-confint(bp.infuy)
breakdates(ci.inpc)
ci.inpc

```

## BIBLIOGRAFÍA

- Abel, A., (1983). “*Optimal investment under uncertainty*”. American Economic Review 73, 228–233.
- Ahmad Zubaidi Baharumshah, Ly Slesman, Mark E. Wohar, (2016). “*Inflation, inflation uncertainty, and economic growth in emerging and developing countries: Panel data evidence*”, Economic Systems, 40, 638–657.
- Ball, L., (1992). “*Why does high inflation raise inflation uncertainty?*” Journal of Monetary Economics 29 (3), 371-388.
- Baltagi, B. (2008). “*Econometric analysis of panel data*”, Wiley.
- Barro, R. J. and J.W., Lee (1991). “*Losers and Winners in Economic Growth*”. Proceedings of the World Bank Annual Conference on Development Economics. The World Bank, 267-297.
- Cabrer B., Sancho A., Serrano G. (2015a). “*Apuntes: Tema 2, Modelos dinámicos*”, España, Valencia: Universidad de Valencia.
- Cabrer B., Sancho A., Serrano G. (2015b). “*Apuntes: Tema 3, MES*”, España, Valencia: Universidad de Valencia.
- Caselli, Francesco & Esquivel, Gerardo & Lefort, Fernando, (1996). “*Reopening the Convergence Debate: A New Look at Cross-Country Growth Empirics*”. Journal of Economic Growth, Springer, 1(3), 363-89.
- Castro U. (2008). “*Economía de México y desarrollo sustentable*”. México: Red Académica Iberoamericana Local - Global.
- CEPAL (2012), “*Cambio Estructural para la Igualdad: Una Visión Integrada del Desarrollo*”, Naciones Unidas, Comisión Económica para América Latina (CEPAL), Santiago.
- Clavijo P., Ros J. (2015). “*La Ley de Thirlwall: una lectura crítica. Investigación Económica*”, LXXIV, 11-40.
- De Gregorio J. (2012). “*Macroeconomía. Teoría y Políticas*”, Chile, Santiago: Pearson-Educación.
- Dotsey, M., Sarte, P.D., (2000). “*Inflation uncertainty and growth in a cash-in-advance economy*”. Journal of Monetary Economics 45, 631–655.

- Durbin J. & Watson G (1951). “*Testing for Serial Correlation in Least-Squares Regression*” *Biometrika*, vol. 38, pp. 159-171.
- Easterly, W.; Levine, R. (1997). “*Africa’s growth tragedy: Policies and ethnic divisions*”. *The Quarterly Journal of Economics*, 112(4), 1203-1250.
- Feenstra, R. C., R. Inklaar y M. P. Timmer (2015). “*The Next Generation of the Penn World Table*” *American Economic Review*, 105(10), 3150-3182, available for download at [www.ggd.net/pwt](http://www.ggd.net/pwt).
- Forbes H. & Jean R. (1983). “*The Econometric Analysis of Economic Time Series*”, *International Statistical Review*, vol. 51, pp. 3-33.
- Friedman, M., (1977). “*Nobel lecture: inflation and unemployment*”. *Journal of Political Economy* 85, 451–472.
- Granger C. (1969). “*Investigating Causal Relations by Econometric Models and Cross-Spectral Methods*”. *Econometrica*, 37, pp. 424-438.
- Gujarati D. & Porter D. (2010). “*Econometría/ 5º Edición*”. México, D.F.: McGraw-Hill
- Harrod R. (1933). “*International Economics*”. Cambridge: Cambridge University Press
- Huizinga, J., (1993). “*Inflation uncertainty, relative price uncertainty, and investment in US manufacturing*”. *Journal of Money, Credit, and Banking* 25 (3), 521–549.
- Judson R. & Orphanides A. (1999). “*Inflation, Volatility and Growth*”. *International Finance*, 2(1) , pp. 117-138.
- Kaldor N. (1955-1956). “*Alternative Theories of Distribution*”, *The Review of Economic Studies*, 22, pp. 82-100
- \_\_\_\_\_, (1975). “*What is Wrong with Economic Theory. Quarterly Journal of Economics*”, 89(3), pp. 347-357.
- \_\_\_\_\_, (1981). “*The Role of Increasing Returns, Technical Progress and Cumulative Causation in the Theory of International Trade and Economic Growth*”. *Economie Appliquée*, 34(4), pp. 593-617.

- \_\_\_\_\_, (1954). "*The Relation of Economic Growth and Cyclical Fluctuations*". The Economic Journal, 64, 53-71.
- Keynes John M. (1936). "*Teoría general del empleo, el interés y el dinero*". Reino Unido: Palgrave Macmillan.
- Kittil R. (1934). "*Statistical Confluence Analysis by Means of Complete Regression Systems*", Institute of Economics, Oslo University, publ. núm. 5.
- Loría E. (2007). "*Econometría con Aplicaciones*". México, Edo. de México: Pearson Educación de México.
- Malthus Thomas. (1798). "*Ensayo sobre el principio de la población*". Inglaterra: Joseph Johnson.
- Mankiw, N. G., Romer, D. & Weil, D. N. (1992). "*A contribution to the empirics of economic growth*". The Quarterly Journal of Economics. 107, 407-437.
- Mauro, P. (1995). "*Corruption and growth*". The Quarterly Journal of Economics. 110(3), 681-712.
- Menger Carl. (1871). "*Principios de economía política*". Madrid: Unión Editorial
- Mochon F. (2006). "*Principios de macroeconomía*". España, McGRAW-HILL INTERAMERICANA DE ESPAÑA, S. A. U.
- Montgomery D. & Peck E. (1982). "*Introduction to Linear Regression Analysis*", USA, Nueva York: John Wiley & Sons, pp. 289-290.
- Okun, A. (1971). "The Mirage of Steady Inflation." *Brookings Papers on Economic Activity*, 2, 486-498.
- Palley Thomas I. (1996). "*Growth theory in a keynesian mode: Some keynesian foundations for new endogenous growth theory*". Journal of post Keynesian Economics, 19, 113-135.
- Pindyck, R., (1991). "*Irreversibility, uncertainty, and investment*". Journal of Economic Literature 29, 1110-1148.

- Ricardo David. (1817). *“Principios de economía política y tributación”*. Inglaterra: John Murray.
- Robert F. Engle (1982). *“Autoregressive Conditional Heteroscedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation”*, *Econometrica*, 50(4), pp. 987-1007.
- Rosales R., Perdomo J., Morales C., Urrego J. (2010). *“Fundamentos de Econometria intermedia: teoría y aplicaciones”*. Colombia, Bogotá: Apuntes de clase CEDE, Universidad de los Andes.
- Rosas E. (2016). *“Crecimiento Económico y Capital Humano. Un Análisis de Datos de Panel para América Latina y el Sureste Asiático (1970-2011)”*. *Revista de Formación de Recursos Humanos*. 2 (4), pp. 11–31.
- Salama, P. (2012), *“Globalización comercial: Desindustrialización prematura en América Latina e industrialización en Asia”*, *Comercio Exterior* 62(6): 34-44.
- Sardadvar S. (2011). *“Economic Growth in the Regions of Europe”*. Berlin: Physica-Verlag Heidelberg.
- Sargan J. (1958). *“The Estimation of Economic Relationships Using Instrumental Variables”*. *Econometrica*. 26 (3), pp. 393–415.
- Say, Jean Baptiste. (2001). *“Tratado de Economía Política”*. México: Fondo de Cultura Económica.
- Schumpeter J. A. (1954). *“Historia del análisis económico”*. Barcelona: Editorial Ariel.
- Smith Adam. (1958). *“Investigación sobre la naturaleza y causas de la riqueza de las naciones”*. México : Edwin Cannan
- Solow Robert Merton. (febrero, 1956 ). *“A contribution to the Theory of Economic Growth”*. *Quarterly Journal of Economics*, 70, 65-94.
- Sotelo Ma. E. (2001). *“historia del pensamiento económico: Una línea en el tiempo”*. Cátedra Extraordinaria "Antonio Sacristán Colás", Volumen 1, 109.



- Thirlwall A. (1979). "*The Balance of Payments Constraint as an Explanation of International Growth Rate Differences*". Banca Nazionale del Lavoro Quarterly Review, 32(128), pp. 45-53.
- Tobin, J., (1965). "*Money and economic growth*". *Econometrica* 33, 671–810.
- Valavanis S. (1959). "*Econometrics*". USA, Nueva York: McGraw-Hill, p. 48.
- Wooldridge J. (2009). "*Introducción a la econometría. Un enfoque Moderno/4ª Edición*". México, D.F.: Cengage Learning